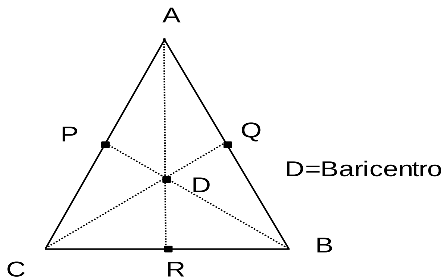
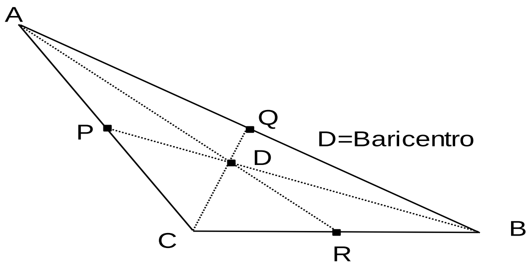
1.5.5.1 Mediana, altura, mediatriz, bisectriz y recta Euler.

En todo triángulo existen cuatro rectas y cuatro puntos notables, los cuales se explican a continuación:

a) Mediana. Es el segmento de recta trazado desde un vértice hasta el punto medio del lado opuesto.

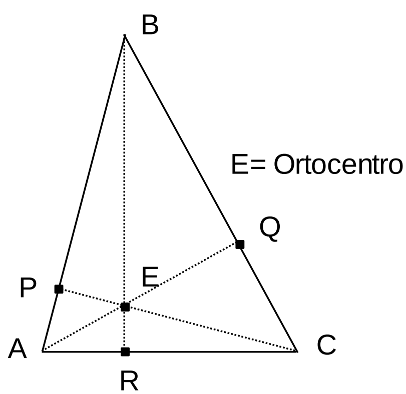




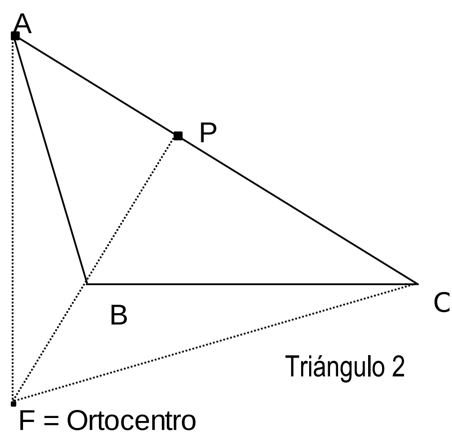
Las medianas son los segmentos $\overline{BP}$, $\overline{CQ}$ y $\overline{AR}$.

El punto **D** es el punto de intersección de las tres medianas, llamado **baricentro.**

b) Altura. Es el segmento de recta perpendicular que se traza desde un vértice al lado opuesto del triángulo o a su prolongación.



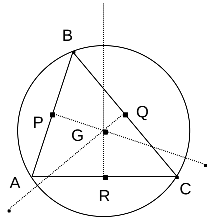
Triángulo 1

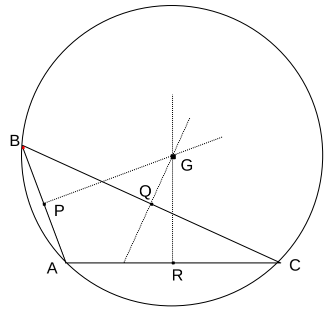


Triángulo 2

Las alturas son los segmentos de recta $\overline{AQ}$, $\overline{CP}$ y $\overline{BR}$ del triángulo 1, los segmentos $\overline{CF}$, $\overline{PF}$ y $\overline{AF}$ son las alturas del triángulo 2. El punto **E** y **F** son los puntos de intersección de las alturas en cada triángulo, llamado **ortocentro**.

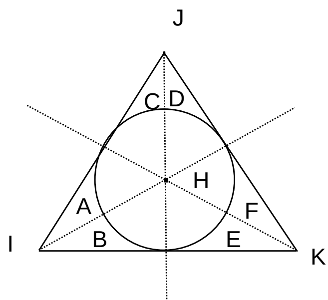
c) Mediatriz. Es el segmento de recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado.

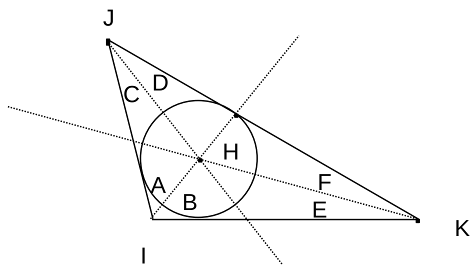




Las **mediatrices** son los segmentos de recta $\overline{RG}$, $\overline{QG}$ y $\overline{PG}$ en cada triángulo. El punto **G** es el punto de intersección de las mediatrices, llamado **circuncentro**, el cual es el centro de la circunferencia circunscrita.

d) Bisectriz. Es el segmento de recta que divide al ángulo en dos partes iguales.



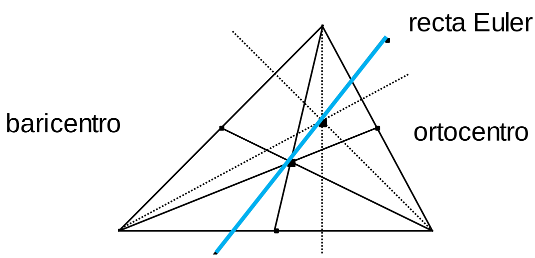


El ∡A= ∡B, ∡C =∡D y ∡E=∡F

Las bisectrices son los segmentos de recta $\overline{IH}$, $\overline{JH}$ y $\overline{KH}$. El punto H es el punto de intersección de las bisectrices, llamado **incentro**, que es el centro de la circunferencia inscrita.

Recta Euler.

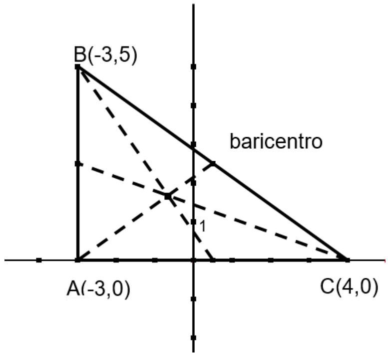
Leonhard Euler encontró que el **baricentro**, el **ortocentro** y el **circuncentro** de un triángulo están alineados, esto es que forman parte de una misma recta, a dicha recta se le llama **recta Euler**.



Ejemplos resueltos de puntos notables de un triángulo.

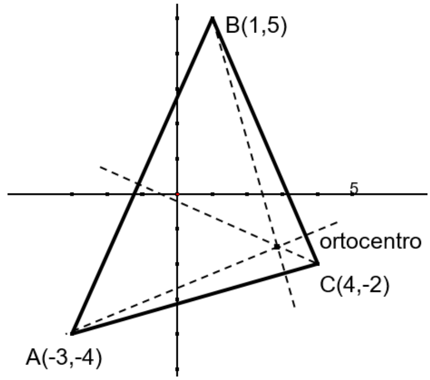
<table>
<tr>
<td>

1. Trazar las medianas del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(-3,0), B(-3,5) y C(4,0), marcando su **baricentro**.



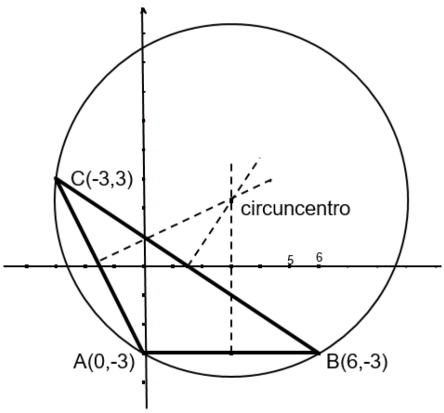
</td>
<td>

2. Trazar las alturas del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(-3,-4), B(1,5) y C(4,-2), marcando su **ortocentro**.



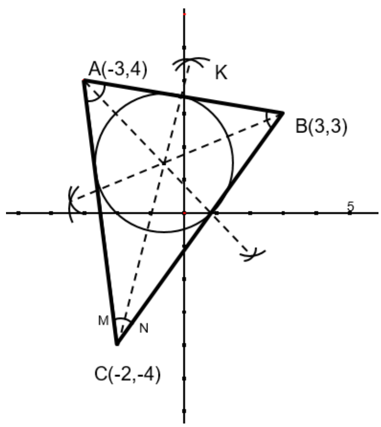
</td>
</tr>
<tr>
<td>

3. Trazar las mediatrices del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(0,-3), B(6,-3) y C(-3,3), marcando su circunferencia circunscrita.



</td>
<td>

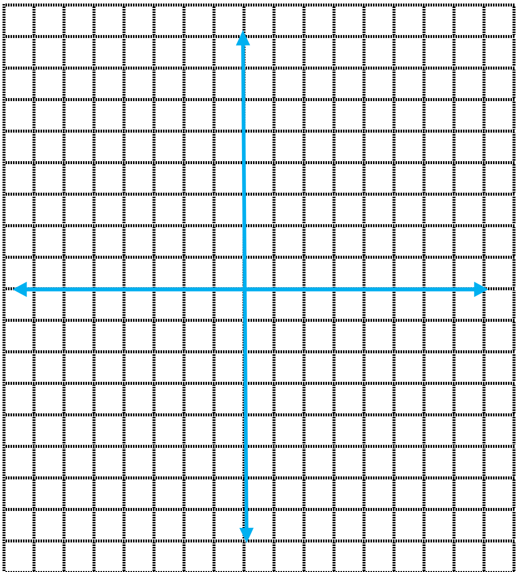
4. Trazar las bisectrices del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(-3,4), B(3,3) y C(-2,-4), encontrar su **incentro** trazando su circunferencia inscrita.



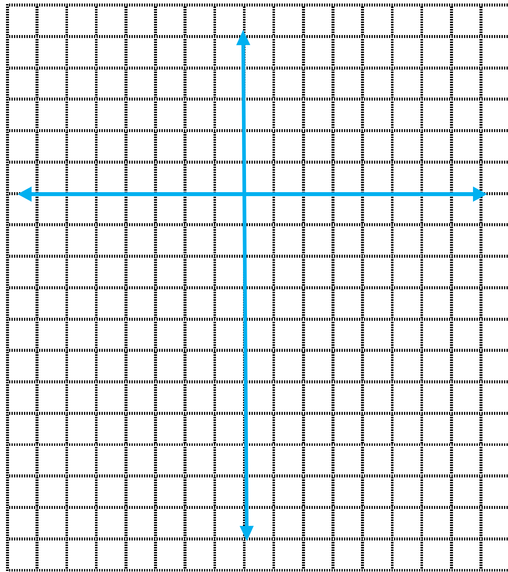
</td>
</tr>
</table>

Ejercicios para resolver en clase de puntos notables de un triángulo.

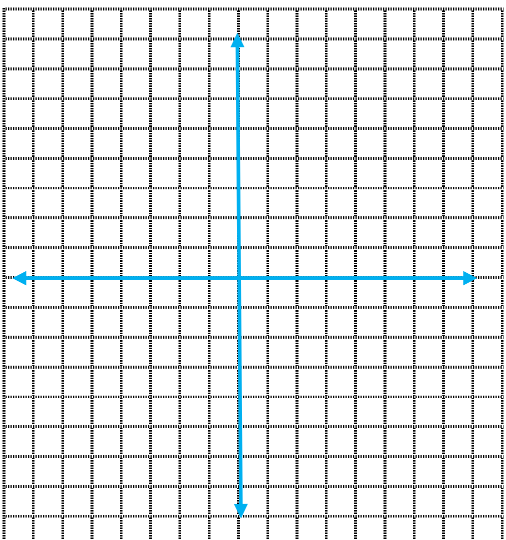
1. Trazar las medianas del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(0,5), B(-3,0) y C(5,-1), marcando su **baricentro**.



2. Trazar las alturas del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(-2,-3), B(-4,0) y C(3,-3), marcando su **ortocentro**.



3. Trazar las mediatrices del triángulo cuyos vértices son los puntos A(-1,1), B(5,5) y C(4,-3), marcando su **circuncentro**.



4. Trazar las bisectrices del triángulo cuyos vértices son las coordenadas A(-4,4), B(5,3) y C(-1,-4), encontrar su **incentro** y trazar su circunferencia inscrita.