2.5 FUNCIÓN RACIONAL.

2.5.1 DEFINICIÓN DE FUNCIÓN RACIONAL.

Una función racional es aquella que se representa mediante el **cociente de dos funciones**, como se muestra a continuación:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

En donde **g(x)** y **h(x)** son funciones que no tienen factores comunes y **h(x)** debe de ser **diferente de cero**.

Son ejemplos de funciones racionales.

$$f(x) = \frac{4x}{x+2} \qquad f(x) = \frac{4}{x^2+1} \qquad f(x) = \frac{2x^2-2x-4}{x^2+x-12}$$

2.5.2 CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES RACIONALES.

- Es una función discontinua.
- La función **h(x)** debe ser **diferente de cero**.

2.5.3 ASÍNTOTAS EN UNA FUNCIÓN RACIONAL.

Para una curva dada existe una recta que a medida que un punto de ella se aleja del origen, la distancia de ese punto a la recta decrece, es decir, tiende a cero. A dicha recta se le denomina **asíntota**.

La gráfica de f(x) tiene:

a) **Asíntotas verticales** en los ceros de **h(x)**.
b) **Una asíntota horizontal** o ninguna de acuerdo a lo siguiente:

- Si el grado de **g(x)** y **h(x)** son iguales, la asíntota tiene como ecuación:

$$y = \frac{\text{Coeficiente principal de } g(x)}{\text{Coeficiente principal de } h(x)}$$

- Si el grado de **g(x)** es mayor que el grado de **h(x)**, no tiene asíntota horizontal.

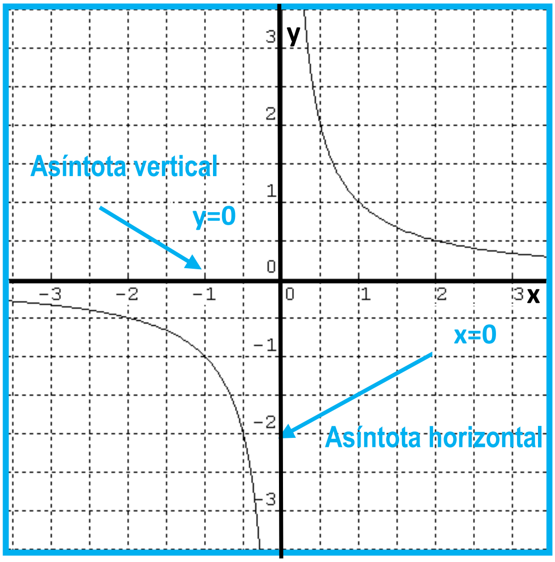
- Si el grado de **g(x)** es menor que el grado de **h(x)**, la asíntota tiene como ecuación y=**f(x)**=0.

2.5.4 GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN RACIONAL.

Ejemplo 1. Construir la gráfica de la siguiente función $f(x)=\frac{1}{x}$, para cualquier valor de **x** positivo o negativo y establecer su **dominio** y su **rango**.

Solución:

x	$f(x)=\frac{1}{x}$	(x, f(x))
-3	$\frac{1}{-3}$ = -0.33	(-3, -0.33)
-2	$\frac{1}{-2}$ = -0.5	(-2, -0.5)
-1	$\frac{1}{-1}$ = -1	(-1, -1)
0	$\frac{1}{0}$ = No definido	No graficar
1	$\frac{1}{1}$ = 1	(1, 1)
2	$\frac{1}{2}$ = 0.5	(2, 0.5)
3	$\frac{1}{3}$ = 0.33	(3, 0.33)



El **dominio** de la función solo excluye el valor de **x**=0, ya que si **x**=0 f(x)=$\frac{1}{0}$ no está definido, luego entonces **x** no puede adoptar ese valor.

Dominio: x≠0.

Rango: y≠0 ya que la gráfica se va acercando a cero pero nunca llega a tomar ese valor.

Sus asíntotas son:

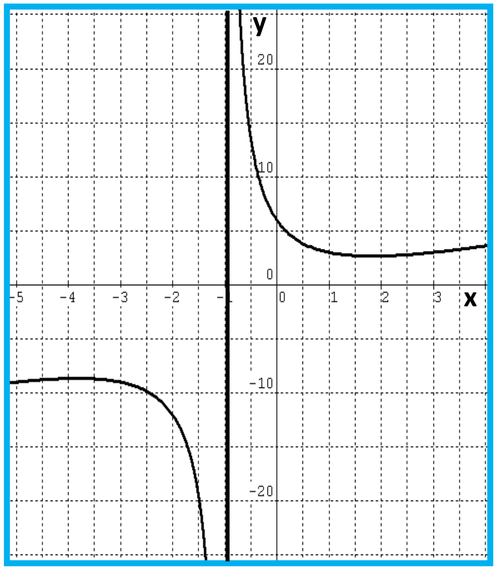
Observar como la gráfica se aproxima al eje **y**, que es una recta vertical con ecuación **x=0**, pero nunca la toca, esta recta recibe el nombre de **asíntota vertical**.

Observar como la gráfica se aproxima al eje **x**, que es una recta horizontal con ecuación **y=0**, pero nunca la toca, esta recta recibe el nombre de **asíntota horizontal**.

Ejemplo 2. Construir la gráfica de la siguiente función $f(x) = \frac{x^2 - x + 6}{x+1}$, para cualquier valor de x positivo o negativo, establecer su **dominio**, su **rango** y definir sus asíntotas.

Solución:

x	$f(x) = \dfrac{x^2 - x + 6}{x + 1}$	(x, f(x))
-3	$= \dfrac{(-3)^2 - (-3) + 6}{-3+1} = -9$	(-3, -9)
-2	$= \dfrac{(-2)^2 - (-2) + 6}{-2+1} = -12$	(-2, -12)
-1	$= \dfrac{(-1)^2 - (-1) + 6}{-1+1} = \text{error}$	(-1, no graficar)
0	$= \dfrac{(0)^2 - (0) + 6}{0+1} = 6$	(0, 6)
1	$= \dfrac{(1)^2 - (1) + 6}{1+1} = 3$	(1, 3)
2	$= \dfrac{(2)^2 - (2) + 6}{2+1} = 2.66$	(2, 2.66)
3	$= \dfrac{(3)^2 - (3) + 6}{3+1} = 3$	(3, 3)



x=-1 Asíntota vertical

El **dominio** de la función sólo excluye el valor de **x=** -1, ya que si **x=**-1 $y = \dfrac{x^2 - x + 6}{-1+1} = \dfrac{8}{0}$

no está definido, luego entonces **x** no puede adoptar ese valor.

Dominio: x≠1.

Rango: $-8.65 \geq y \geq 2.65$ Para verificarlo elabora la gráfica en **Graphmatica**, encontrar puntos críticos y nos muestra el valor de **y** para el mínimo y el máximo de la función.

Para las asíntotas.

La gráfica de f(x) tiene:

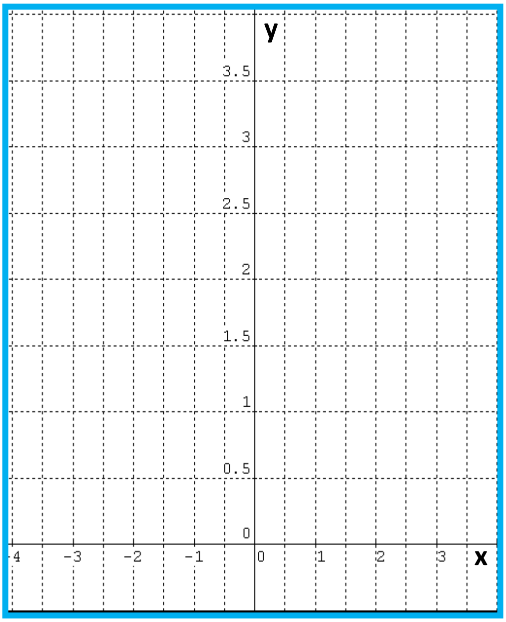
Asíntotas verticales en los ceros de **h(x)**. Esto es en x=-1.
Si el grado de g(x) es mayor que el grado de **h(x)**, no tiene asíntota horizontal, En nuestro caso x^2 mayor que x^1, por lo que **no hay asíntota horizontal**.

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1. Construir la gráfica de la siguiente función $f(x) = \frac{1}{x^2}$, para cualquier valor de x positivo o negativo y establecer su **dominio**, su **rango** y definir sus **asíntotas**.

Solución:

x	$f(x) = \frac{1}{x^2}$	(x, f(x))
-3	$= \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9} = 0.11$	(-3, 0.11)
-2		
-1		
-0.5		
0		
0.5		
1		
2		
3		



Dominio:

Rango:

Para las asíntotas:

Asíntotas verticales: x=

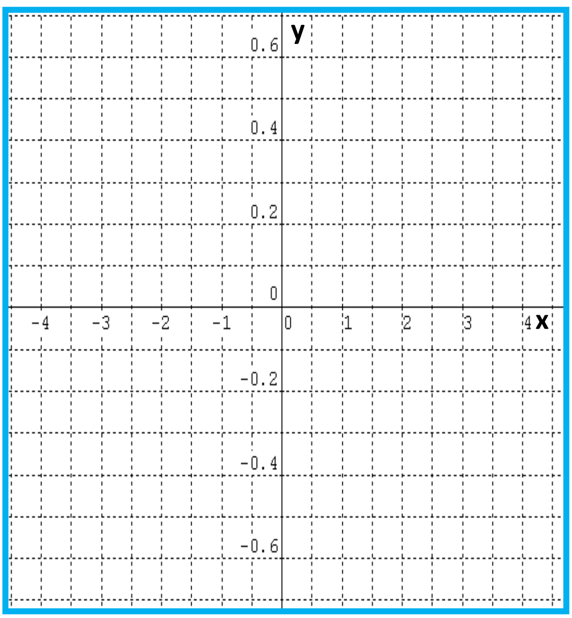
Asíntota horizontal: y=

Ejercicio 2. Construir la gráfica de la siguiente función $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$, para cualquier valor de **x** positivo o negativo, establecer su **dominio**, su **rango** y definir sus **asíntotas**.

x	$f(x) = \frac{1}{x^2-4}$	(x, f(x))
-4	$\frac{1}{(-4)^2-4} = \frac{1}{16-4} = \frac{1}{12} = 0.08$	(-3,0.08)
-2.5		
-2		
-1.5		
-1		
0		
1		
1.5		
2		
2.5		
4		

Dominio: Considere que hay 2 valores de **x** que hacen que el denominador se haga cero.

Rango: Auxíliate elaborando la gráfica en el **Graphmatica**, encontrar puntos críticos para que nos muestre el valor de **y** para el **máximo de la función**.



Para las asíntotas.

Asíntotas verticales: (Hay 2)

x_1= **x_2=**

Asíntota horizontal:

y=