

### 3.1 OPERACIONES CON FUNCIONES: ADICIÓN, PRODUCTO O COCIENTE Y COMPOSICIÓN.

Si dos funciones  $f$  y  $g$  están definidas para todos los números reales ( $\mathbb{R}$ ), entonces es posible hacer operaciones numéricas como la suma, resta, multiplicación y división (cociente) con  $f(x)$  y  $g(x)$ .

#### 3.1.1 SUMA O RESTA DE FUNCIONES.

Si  $f(x)$  y  $g(x)$  son dos funciones definidas para todos los números reales.

Llamamos función **SUMA** de las dos funciones a la función:

$$h(x) = (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Llamamos función **RESTA** de las dos funciones a la función:

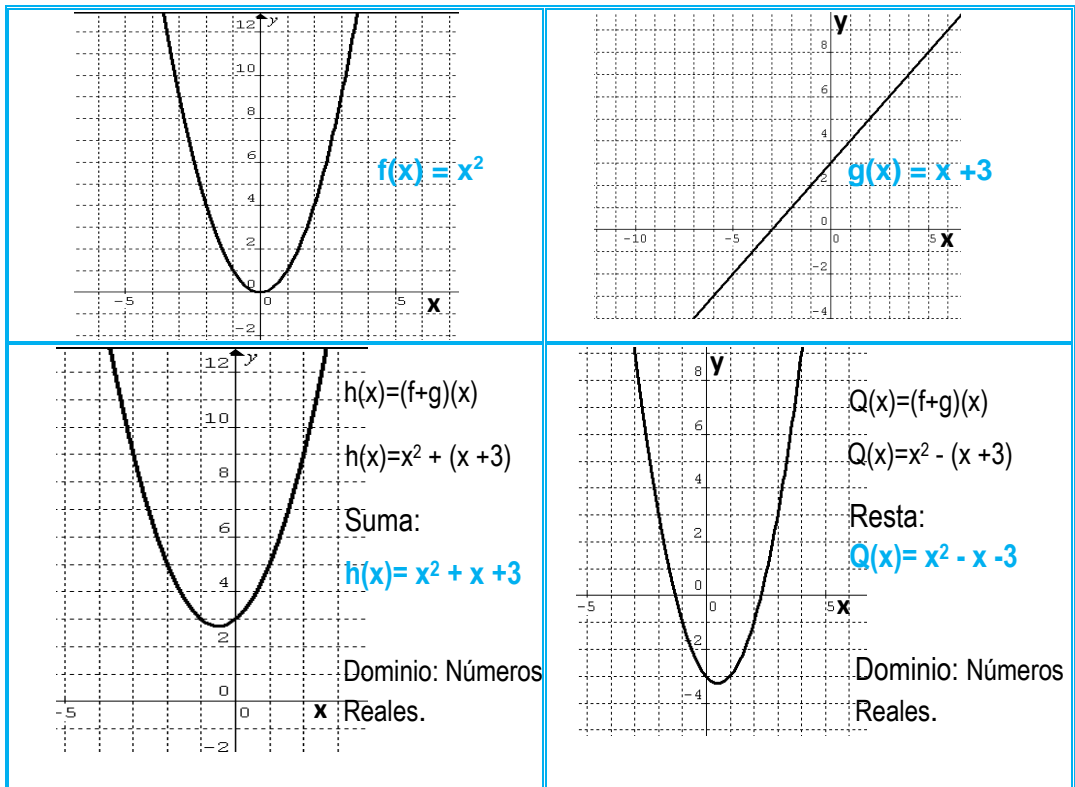
$$Q(x) = (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

El dominio de la función suma o resta de las dos funciones es:

$$\text{Dom. } h(x) = [\text{Dom. } f(x) \cap \text{Dom. } g(x)]$$

#### Ejemplos resueltos.

1. Sea  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = x + 3$ . Halla la suma y resta.



### 3.1.2 PRODUCTO O COCIENTE DE FUNCIONES.

$f(x)$  y  $g(x)$  son dos funciones definidas para todos los números reales.

**PRODUCTO** de dos funciones:

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

El **dominio** de la función producto de las dos funciones es:

$$\text{Dom. } h(x) = [\text{Dom } f(x) \cap \text{Dom. } g(x)]$$

**COCIENTE** de dos funciones:

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

El **dominio** de la función cociente de dos funciones es:

$$\text{Dom. } h(x) = [\text{Dom. } f(x) \cap \text{Dom } g(x)] - \{x / g(x) = 0\}$$

#### Ejemplos resueltos.

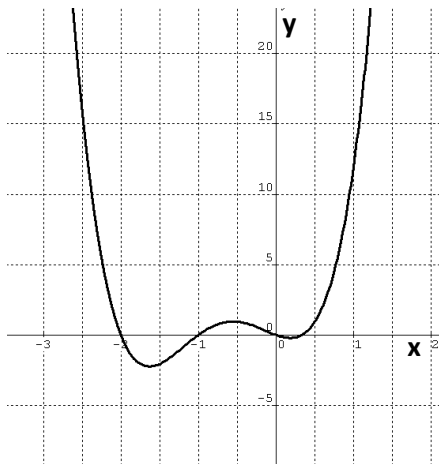
Sea  $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$  y  $g(x) = x^2 + x$ . Obtener  $(f \cdot g)(x)$  y también  $\frac{f}{g}(x)$ .

#### PRODUCTO.

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = (3x^2 + 5x - 2)(x^2 + x)$$

$$h(x) = (f \cdot g)(x) = 3x^4 + 8x^3 + 3x^2 - 2x$$



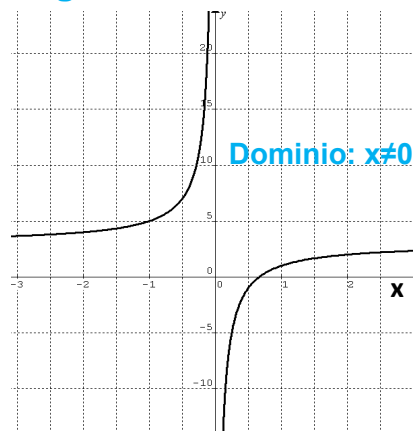
**Domínio: Números Reales**

#### COCIENTE.

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + x}$$

$$h(x) = \frac{f}{g}(x) = 3 - \frac{2}{x}$$



### 3.1.3 COMPOSICIÓN DE FUNCIONES.

Dadas dos funciones reales,  $f(x)$  y  $g(x)$ , se le llama función **compuesta de las 2 funciones** a:

✓  $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ .

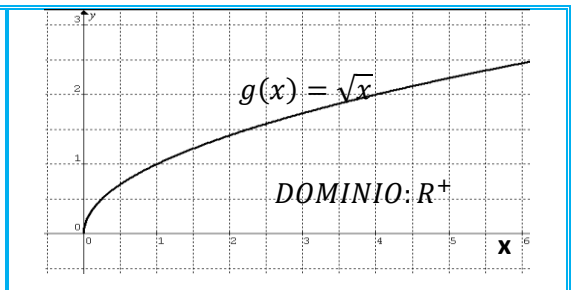
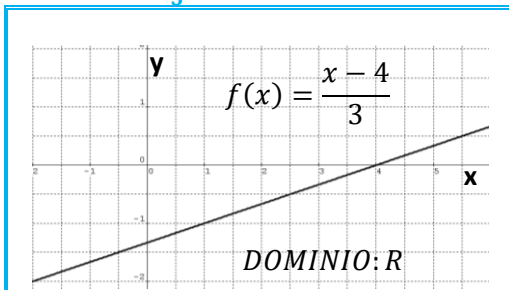
Primero actúa la función  $f$  y después actúa la función  $g$ , sobre  $f(x)$ .

✓  $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ .

Primero actúa la función  $g$  y después actúa la función  $f$ , sobre  $g(x)$ .

#### Ejemplos resueltos.

Sea  $f(x) = \frac{x-4}{3}$  y  $g(x) = \sqrt{x}$ . Determinar  $(f \circ g)(x)$  y también  $(g \circ f)(x)$ .



$(f \circ g)(x) = f[g(x)]$

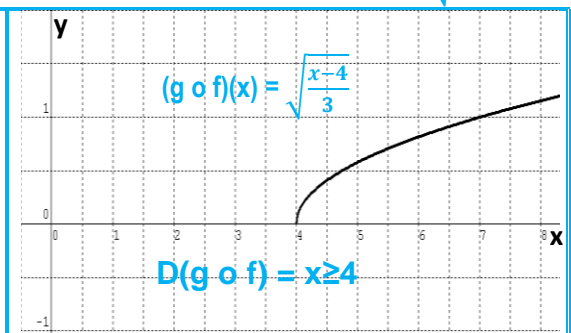
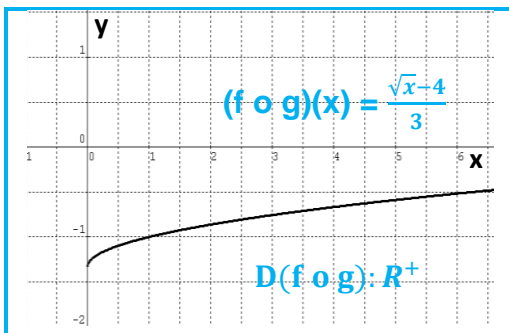
$(f \circ g)(x) = \frac{g(x)-4}{3}$

$(f \circ g)(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{3}$

$(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

$(g \circ f)(x) = \sqrt{f(x)}$

$(g \circ f)(x) = \sqrt{\frac{x-4}{3}}$



Del ejemplo anterior se deduce fácilmente que en general:

✓  $(g \circ f)(x) \neq (f \circ g)(x)$ .

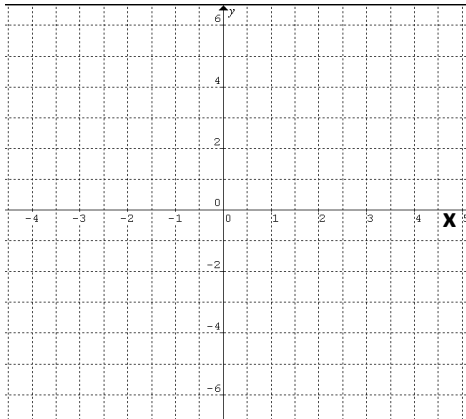
Se debe tener también cuidado con los dominios de  $g \circ f$  y de  $f \circ g$ .

- ✓ El **dominio** de  $f \circ g$  es la parte del dominio de  $g$  (en nuestro ejemplo  $R^+$ ) para los cuales  $f$  acepta a  $g(x)$  (en nuestro ejemplo  $R^+$ ) como pre-imagen.
- ✓ El **dominio** de  $g \circ f$  es la parte del dominio de  $f$  (en nuestro ejemplo todos los  $R$ ), para los cuales  $g$  acepta a  $f(x)$  (en nuestro ejemplo  $R^+$ ) como pre-imagen.

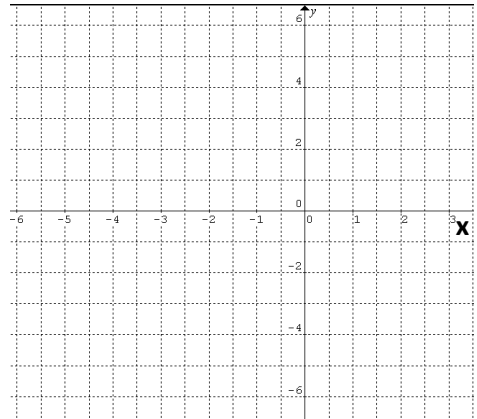
Ejercicios para resolver en clase.

1.- Sea  $f(x) = x^2 - 4$  y  $g(x) = x + 2$ , encontrar:

- a)  $(f+g)(x)$
- b)  $(f \cdot g)(x)$
- c)  $(f / g)(x)$  y definir su dominio.
- d)  $(f \circ g)(x)$  y definir su dominio.



Gráfica de  $(f / g)(x)$

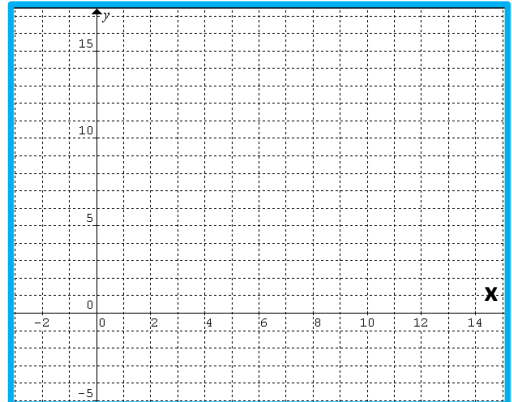


Gráfica de  $(f \circ g)(x)$

2.- Sea  $f(x) = x - 2$  y  $g(x) = 5x + \sqrt{x}$  encontrar:

- a)  $(f+g)(x)$
- b)  $(f - g)(x)$
- c)  $(f \cdot g)(x)$

d)  $(f \circ g)(x)$  y definir su dominio.



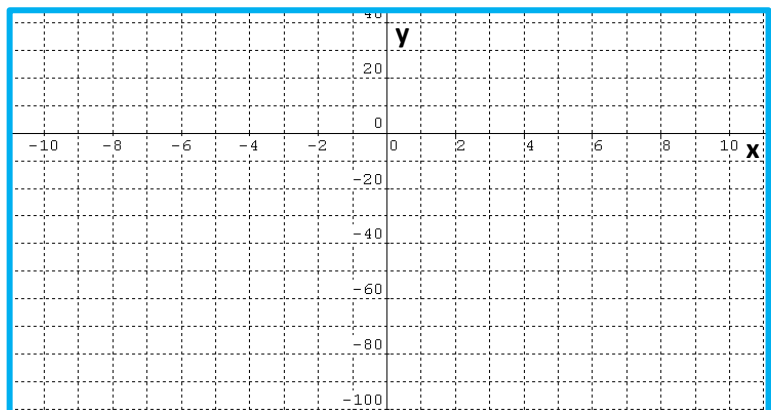
3.- Sea  $f(x) = x^2 - 6x + 4$  y  $g(x) = -3 + 4x$  encontrar:

a)  $(f+g)(x)$

b)  $(f - g)(x)$

c)  $(f \cdot g)(x)$

d)  $(g \circ f)(x)$  y definir su dominio.



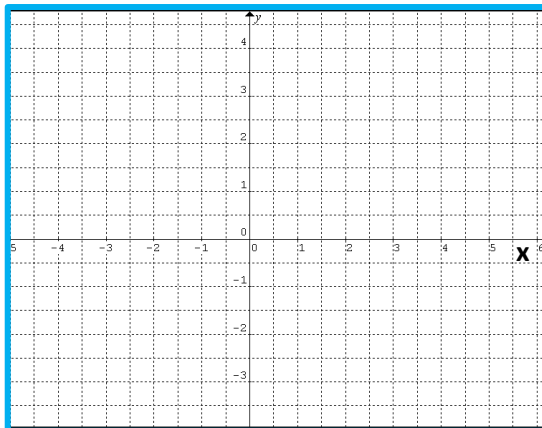
4.- Sea  $f(x) = \frac{x^3}{3}$  y  $g(x) = x^2 + 1$  encontrar:

a)  $(f+g)(x)$

b)  $(f - g)(x)$

c)  $(f \cdot g)(x)$

d)  $(f / g)(x)$  y definir su dominio.



e)  $(f \circ g)(x)$  y definir su dominio.

