3.2 FUNCIÓN EXPONENCIAL.

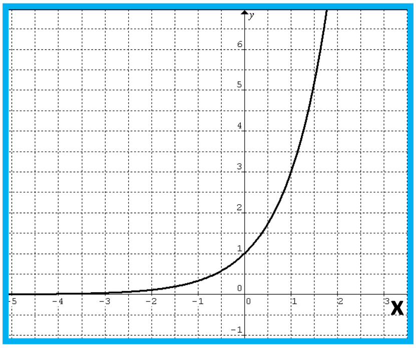
3.2.1 ¿QUÉ SON LOS FENÓMENOS EXPONENCIALES?

Los fenómenos en los que una cierta magnitud tiene un ritmo constante de variación pueden describirse mediante rectas. Pero **si el ritmo al que varía con el tiempo una magnitud es proporcional a su cantidad inicial presente, entonces el cambio será tanto más rápido cuanta más cantidad haya disponible, con lo que el proceso se acelera más y más**. Las funciones que dan cuenta de este tipo de comportamientos son las **exponenciales**.

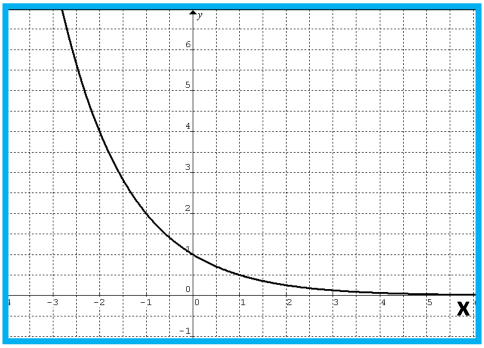
Desde el punto de vista de la matemática de un hecho o fenómeno del mundo real, las funciones exponenciales se usan para conocer el tamaño de la población hasta fenómenos físicos como la **aceleración**, **velocidad**, **densidad**, así como también para analizar el crecimiento de cosas como: **el crecimiento de una población** determinada, el crecimiento de personas infectadas con el VIH (sida), o **la disminución de la carga de un condensador**, inundaciones de tierras agrícolas, **vida media de una sustancia radioactiva**, desintegración atómica, etc. La función exponencial ha sido utilizada en el dimensionamiento de envases para productos líquidos (leche, agua) y productos granulados como (arroz, detergente, leche en polvo) etc., y resuelven problemas de desarrollo y descomposición.

Se le llama **función exponencial** a aquella que tienen la forma $f(x) = a^x$, donde **a** es una constante positiva llamada **base** y **x** es el **exponente** de dicha base. Los valores que puede tomar **x** (**dominio**) es $(-\infty, \infty)$ y los valores de **y** (**rango**) es cualquier valor mayor a **0**.

Es importante mencionar que la base de la función exponencial debe ser mayor que cero ($a>0$) y también debe ser diferente de 1 ($a\neq1$), si $a>1$ la gráfica **será creciente**, y si la base se encuentra entre 0 y 1 ($0<a<1$) la gráfica **será decreciente** y en el cuadrante contrario. Esto se muestra a continuación.



En la gráfica se muestra una función exponencial $f(x) = 3^x$, como $a>1$ la gráfica es creciente.



En la gráfica se muestra una función exponencial $f(x) = 0.5^x$, como $a<1$ la gráfica es decreciente.

3.2.2 GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES.

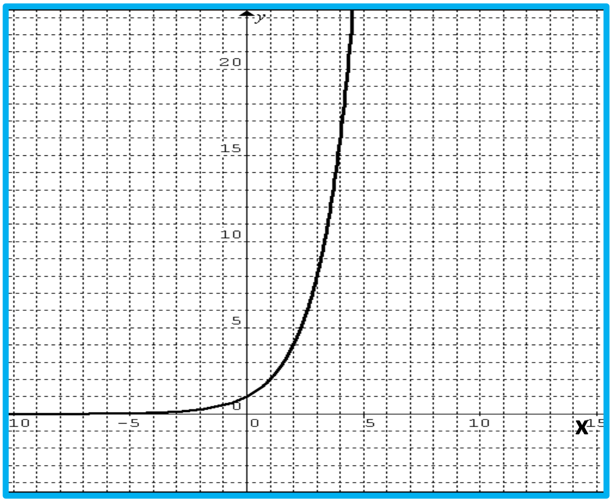
Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.

Dada la función $f(x) = 2^x$, construir la gráfica con los valores que le fueron asignados a **x**, establecer su dominio y su rango.

x	$f(x) = 2^x$	(x , f(x))
0	$=2^0=1$	(0 , 1)
1	$=2^1=2$	(1 , 2)
2	$=2^2=(2)(2)=4$	(2 , 4)
3	$=2^3=(2)(2)(2)=8$	(3 , 8)
4	$=2^4=(2)(2)(2)(2)=16$	(4 , 16)
5	$=2^5=(2)(2)(2)(2)(2)=32$	(5 , 32)
6	$=2^6=(2)(2)(2)(2)(2)(2)=64$	(6 , 64)

La gráfica quedaría como:



Dominio: (Números reales positivos y negativos)= $\Re$

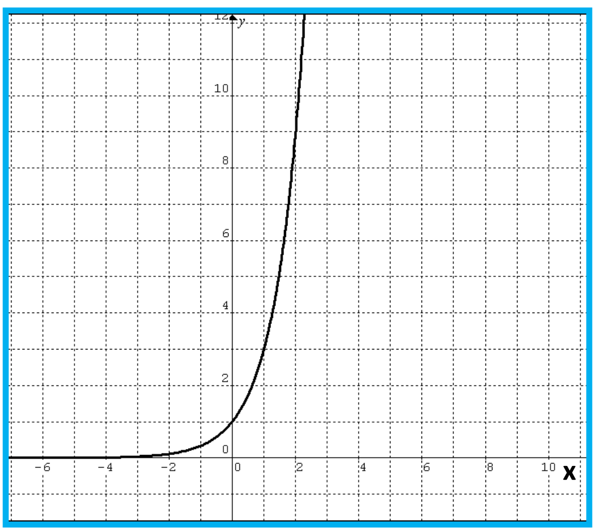
Rango: (Números reales positivos)= $\Re^+$

Ejemplo 2.

Dada la función **$f(x) = 3^x$**, construir la gráfica con los valores que le fueron asignados a **x**, establecer su dominio y su rango.

x	f(x) = 3ˣ	(x , f(x))
-3	$3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{(3)(3)(3)} = \frac{1}{27} = 0.037$	(-3, 0.037)
-2	$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{(3)(3)} = \frac{1}{9} = 0.11$	(-2, 0.11)
-1	$3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{(3)} = \frac{1}{3} = 0.33$	(-1, 0.33)
0	$=3^0=1$	(0 , 1)
1	$=3^1=3$	(1 , 3)
2	$=3^2=(3)(3)=9$	(2 , 9)
3	$=3^3=(3)(3)(3)=27$	(3 , 27)

La gráfica quedaría como:



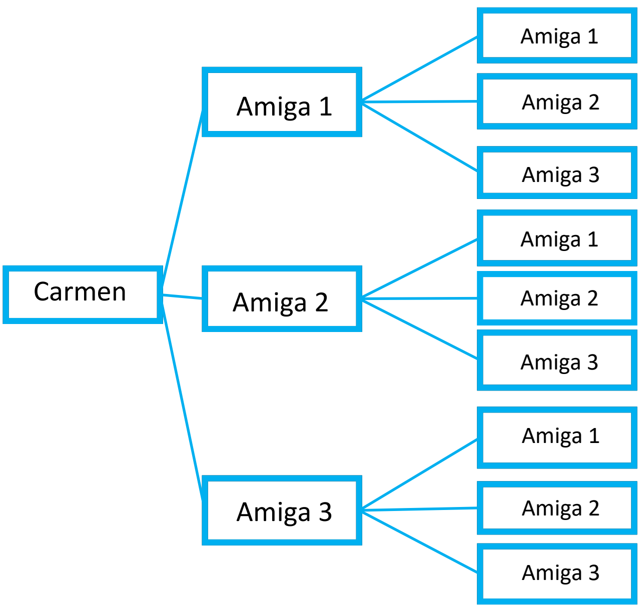
Dominio: (Números reales positivos y negativos)= $\Re$

Rango: (Números reales positivos)= $\Re^+$

Ejemplo 3.

Carmen llama por teléfono a **tres amigas** y las convence para que al día siguiente regalen un kilo de alimentos a los damnificados de un huracán y a su vez cada una de ellas llame a **otras tres amigas** para que ellas, a su vez, al día siguiente regalen un kilo de alimentos para el mismo fin y **llamen a otras tres amigas** y así continúen con la cadena de solidaridad.

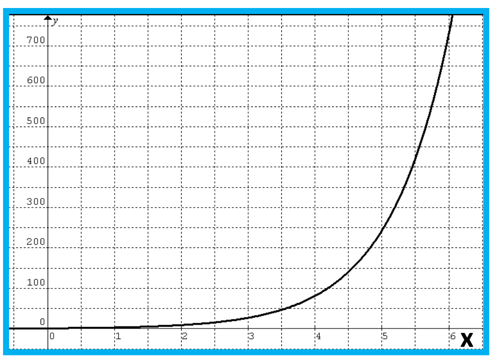
Si todas las personas involucradas en la cadena cumplen con el compromiso y tienen que enviar el kilo de alimentos al día siguiente de recibir la llamada. ¿Cuántos kilos de alimento recibirán los damnificados al cabo de 1, 2, 3, 4, 5, o 6 días?



Día.	Número de kg de ayuda.
1	3
2	9
3	27
4	
5	
6	?

Si **x** es el número de días, **f(x)** es el número de kg de ayuda, entonces $f(x)=3^x$.

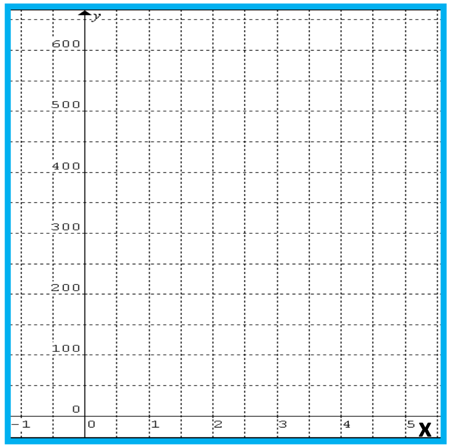
x	$f(x) = 3^x$	(x , f(x))
1	$=3^1=3$	(1 , 3)
2	$=3^2=(3)(3)=9$	(2 , 9)
3	$=3^3= (3)(3)(3)=27$	(3 , 27)
4	$=3^4=(3)(3)(3)(3)= 81$	(4 , 81)
5	$=3^5=(3)(3)(3)(3)(3)=243$	(5,243)
6	$=3^6=(3)(3)(3)(3)(3)(3)=729$	(6,729)



Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1. Dada la función $f(x) = 5^x$, construir la gráfica con los valores que le fueron asignados a x, establecer su dominio y su rango.

x	$f(x)= 5^x$	(x , f(x))
0		
1		
2		
2.5		
3		
3.5		
4		

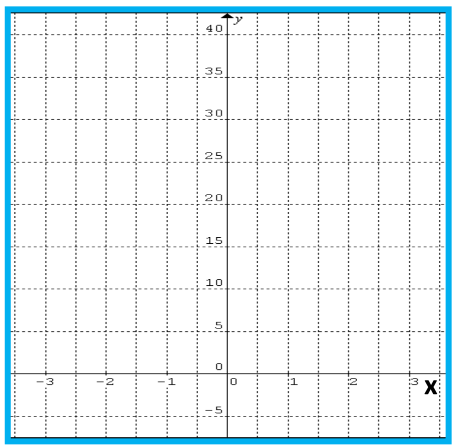


Dominio:

Rango:

Ejercicio 2. Dada la función $f(x) = 0.3^x$, construir la gráfica con los valores que le fueron asignados a x, establecer su dominio y su rango.

x	$f(x)= 0.3^x$	(x , f(x))
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		



Dominio:

Rango:

Ejercicio 3.

La suerte de Jessy.

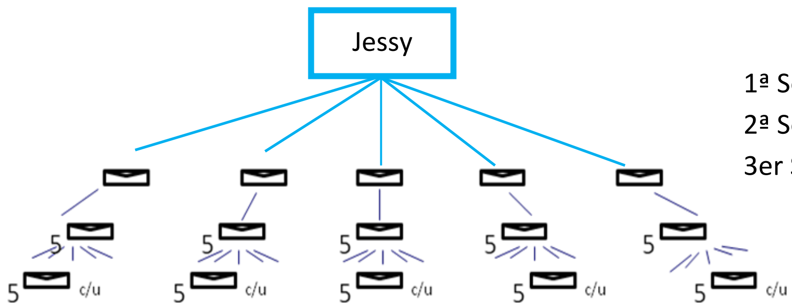
Jessy recibió una carta en su correo electrónico. En él se indicaba que debía iniciar una **"cadena de la suerte"** enviando copias de la misma en el término de esa semana a cinco personas. En el texto se aseguraba que si cumplía el mandato se concederían a la brevedad todos sus deseos y que de no hacerlo le ocurrirían cosas desagradables.

Por supuesto que **Jessy** no le creyó, pero de todas maneras envió las cinco cartas a cinco correos de sus amistades. Una semana después, cada una de las personas elegidas hizo lo mismo: dos semanas más tarde, los nuevos elegidos enviaron sus cartas: en la tercera semana fue remitida la tercera tanda y así sucesivamente.

a) ¿Cuál es la **regla de correspondencia** que relaciona el número de semanas transcurridas con el número de cartas enviadas?

b) Si nadie interrumpió la cadena ¿Cuántas cartas se enviaron 5 semanas después de Jessy?

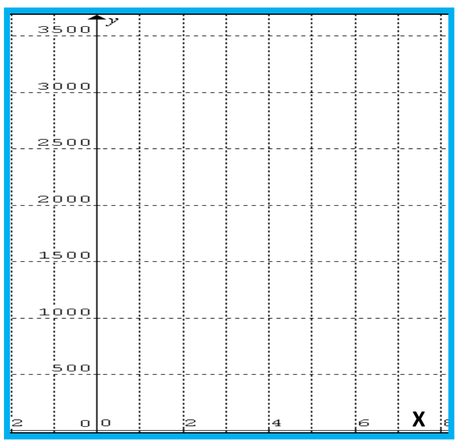
Para obtener el número de cartas que se enviaron, ver el siguiente diagrama.



x	y
1ª Semana	5 cartas.
2ª Semana	25 cartas.
3er Semana	125 cartas.

3er semana

x	f(x)= ^{x}	(x , f(x))
1		
2		
3		
4		
5		
6		



Dominio:

Rango: