3.3 FUNCIÓN LOGARÍTMICA.

Las funciones inversas a las funciones exponenciales se denominan logarítmicas. El término logaritmo proviene de las raíces griegas ***logos*** *y* ***arithmos****, que* significa **"números para calcular"**. Durante siglos fueron instrumento esencial a la hora de realizar cálculos complicados. La regla de cálculo, hoy desplazada por las calculadoras electrónicas, se basaba en ellos. Los **logaritmos varían muy lentamente**, lo que les hace ser escala numérica adecuada para medir fenómenos naturales que implican **números muy grandes**, tales como la intensidad del sonido, la de los movimientos sísmicos, la datación de restos arqueológicos, etc.

3.3.1 DEFINICIÓN DE FUNCIÓN LOGARÍTMICA.

Una **función logarítmica** es aquella que se expresa como **$f(x)= \log_a x$**, siendo **a** la **base** de esta función, que ha de ser positiva y distinta de 1.

3.3.2 PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA.

Las propiedades generales de la función logarítmica se deducen a partir de las de su inversa, la función exponencial. Así, se tiene que:

- La función logarítmica sólo existe para valores de **x** positivos, **sin incluir el cero**. Por lo tanto, su **dominio** es **$x>0$**.
- Las **imágenes** obtenidas de la aplicación de una función logarítmica corresponden a cualquier elemento del conjunto de los **números reales** $\Re\,(-\infty\,,+\infty)$.
- En el punto **$x = 1$**, la función logarítmica se anula, ya que $\log_a 1 = 0$, en cualquier base.
- Finalmente, la función logarítmica es **continua** y **creciente** para **$a > 1$** y **decreciente** para **$a < 1$**.

3.3.3 LOGARITMO DE UN NÚMERO.

El logaritmo de un número **N**, con base **a**, es el exponente **x** al que hay que elevar la **base** para obtener dicho número. En la expresión **$\log_a N= x$**, **N** es el número dado y **x** es el logaritmo de dicho número.

De acuerdo a la definición de logaritmo, las expresiones:

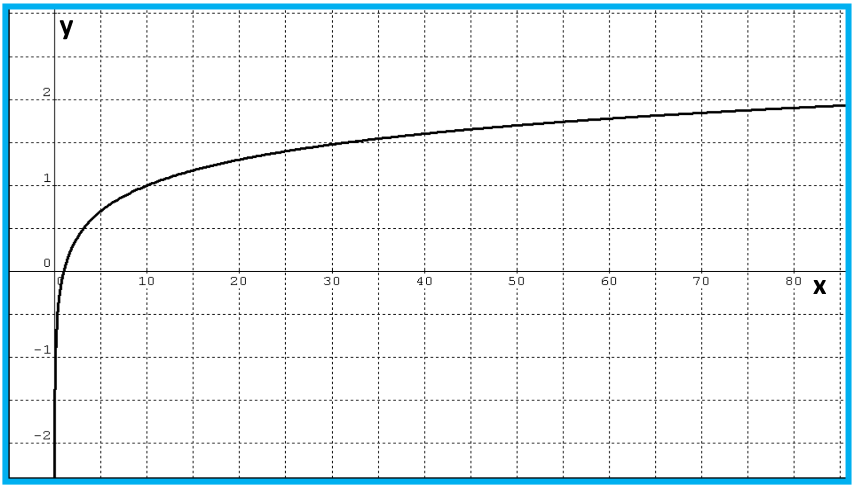
$$y= \log_a x \qquad \text{y} \qquad a^y=x \quad \text{son equivalentes.}$$

3.3.4 GRÁFICAS DE FUNCIONES LOGARÍTMICAS.

Ejemplo 1. Construir la gráfica de la función logarítmica $f(x) = \log x$.

x	f(x) = log x	(x , f(x))
1/1000	log 0.001= -3	(0.001 , -3)
1/100	log 0.01= -2	(0.01 , -2)
1/10	log 0.1= -1	(0.1 , -1)
1	log 1= 0	(1 , 0)
4	log 4= 0.6020	(4 , 0.620)
10	log 10= 1	(10 , 1)
100	log 100= 2	(100 , 2)

La gráfica de la función $f(x) = \log x$ es la siguiente.



Dominio: Reales positivos x>0.

Rango: Todos los reales $\Re\ (-\infty\ ,+\infty)$.

¿Es una función inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

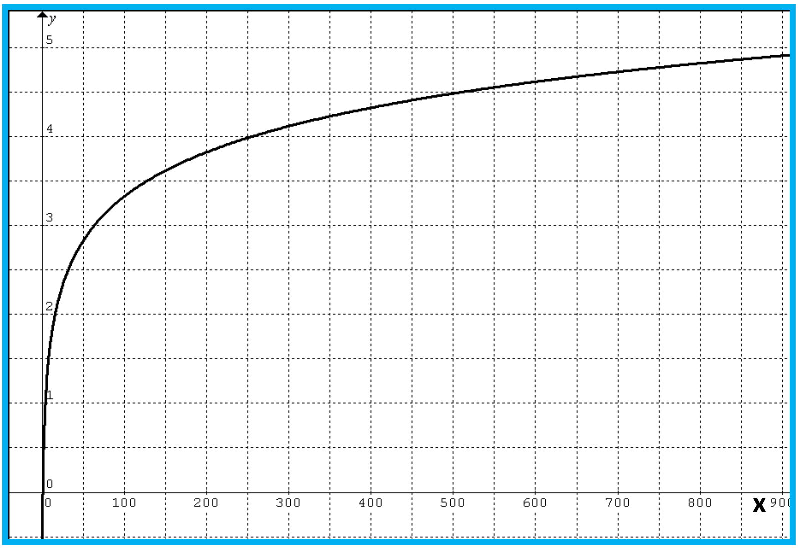
Biyectiva.

Porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva, por tanto, es biyectiva.

Ejemplo 2. Construir la gráfica de la función logarítmica $f(x) = \log_4 x$.

x	$f(x) = \log_4 x$	$(x , f(x))$
1/64	$\log_4 1/64 = -3$	(1/64 , -3)
1/16	$\log_4 1/16 = -2$	(1/16 , -2)
1/4	$\log_4 1/4 = -1$	(1/4 , -1)
1	$\log_4 1 = 0$	(1 , 0)
4	$\log_4 4 = 1$	(4 , 1)
16	$\log_4 16 = 2$	(16 , 2)
64	$\log_4 64 = 3$	(64 , 3)
256	$\log_4 256 = 4$	(256 , 4)

La gráfica de la función $f(x) = \log_4 x$ es la siguiente.



Dominio: Reales positivos x>0.

Rango: Todos los reales $\Re\ (-\infty , +\infty)$.

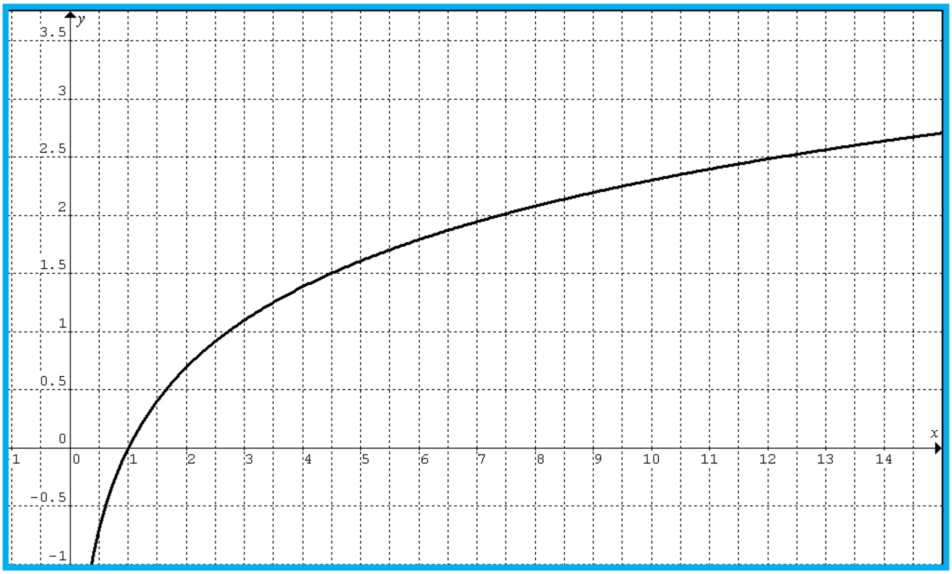
¿Es una función inyectiva, sobreyectiva o biyectiva?

Biyectiva. Porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva, por tanto, es biyectiva.

Ejemplo 3. Construir la gráfica de la función logarítmica **f(x) = ln x**.

x	f(x) = ln x	(x , f(x))
0.25	ln 0.25= -1.38	(0.25 , -1.38)
0.5	ln 0.5= -0.693	(0.5 , -.693)
1	ln 1= 0	(1 , 0)
1.5	ln 1.5= 0.405	(1.5 , 0.405)
2	ln 2= 0.693	(2 , 0.693)
2.5	ln 2.5= 0.916	(2.5 , 0.916)
3	ln 3= 1.09	(3 , 1.09)
5	ln 5=1.609	(5 , 1.609)
10	ln 10=2.3	(10 , 2.3)

La gráfica de la función **f(x) = ln x** es la siguiente.



Dominio: Reales positivos x>0.

Rango: Todos los reales $\Re\ (-\infty\ ,+\infty)$.

¿Es una función inyectiva, sobreyectiva o biyectiva? Biyectiva.

Porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva, por tanto, es biyectiva.

Ejercicios para resolver en clase.

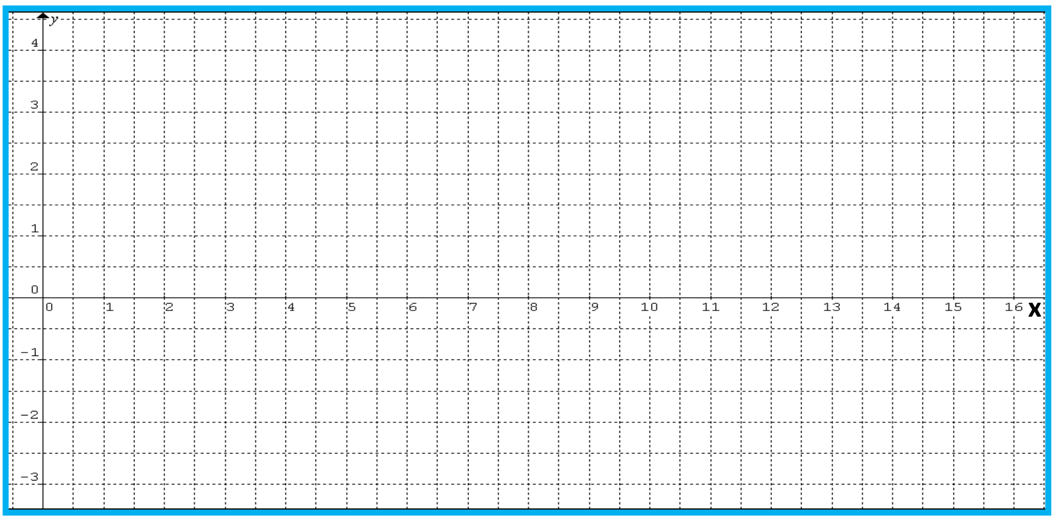
Ejercicio 1.

Construir la gráfica de la función logarítmica **$f(x) = \log_2 x$**.

x	$f(x)= \log_2 x$	$(x , f(x))$
1/8		
1/4		
1/2		
1		
4		
8		
16		

Nota:
Para resolverlo no olvides revisar la tabla de las potencias y logaritmos que ya desarrollamos en las páginas anteriores.

En el siguiente espacio realiza la gráfica correspondiente, indicando **dominio**, **rango** y si la función es inyectiva.



Dominio:

Rango:

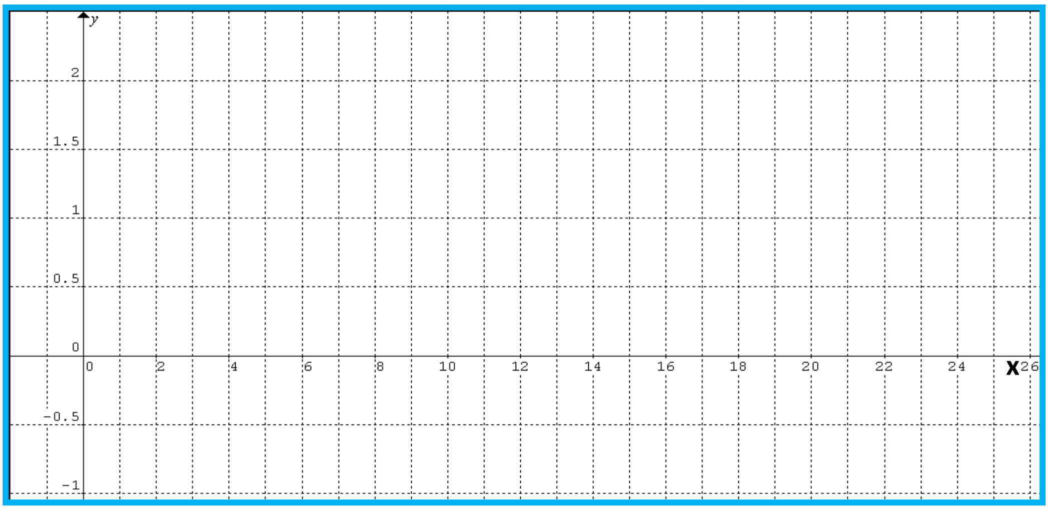
¿Es una función inyectiva? ¿Por qué?

Ejercicio 2. Construir la gráfica de la función logarítmica **f(x) = log (x-2)**.

x	f(x)= log (x-2)	(x , f(x))
2.1	Log(2.1-2)=log 0.1= -1	(2.1 , -1)
5		
8		
10		
15		
20		
25		

Nota:
Para resolverlo deberás hacer uso de tu calculadora, en la función log.

En el siguiente espacio realiza la gráfica correspondiente, indicando **dominio**, **rango** y si la función es inyectiva o sobreyectiva.



Dominio:

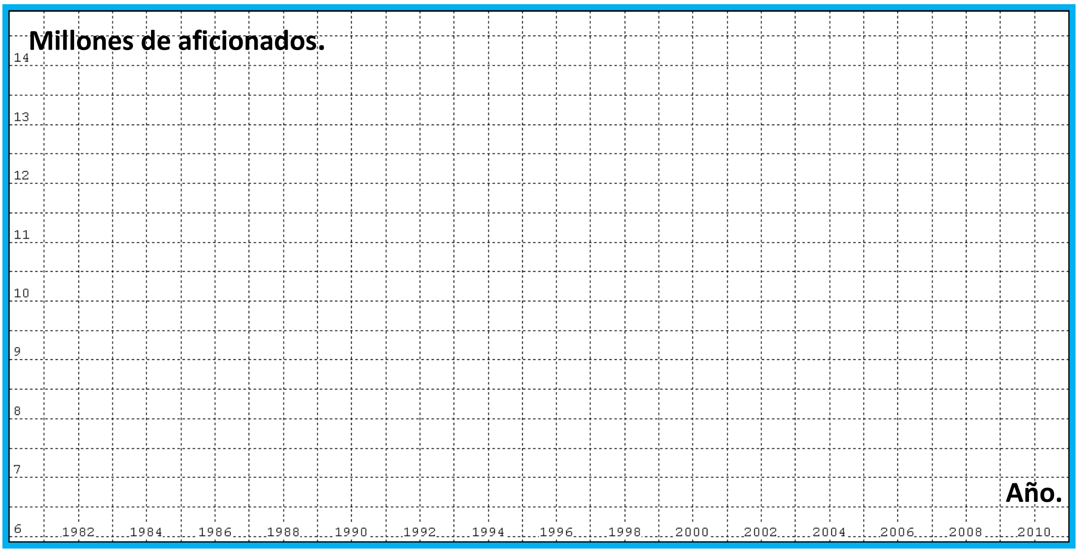
Rango:

¿Es una función inyectiva y/o sobreyectiva? ¿Por qué?

Ejercicio 3. En el ámbito del futbol mexicano se ha estimado que el número de aficionados a este deporte ha tenido un comportamiento logarítmico, ya que de acuerdo a una encuesta se obtuvieron los siguientes datos:

x = Año	f(x)= número de aficionados en millones	(x , f(x))
1980	6	(1980 , 6)
1985	9	(1985 , 9)
1990	10.5	(1990 , 10.5)
1995	11.5	(1995 , 11.5)
2000	12.5	(2000 , 12.5)
2005	13	(2005 , 13)
2010	13.5	(2010 , 13.5)

Con estos datos construir la gráfica correspondiente, indicando cuál es su **dominio**, **rango** y si la función es inyectiva.



Dominio:

Rango:

¿Es una función inyectiva?