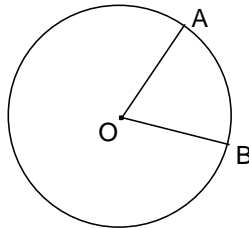


3.3.4.1 Medida de los ángulos en una circunferencia.

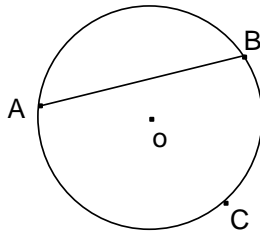
Debemos recordar que la medida de un ángulo en una circunferencia se realiza en grados, la circunferencia completa abarca 360° , media circunferencia 180° y un cuarto de circunferencia 90° .

- **Ángulo central.** Su medida está determinada por la magnitud en grados del arco que abarcan sus lados.



$$\sphericalangle O = \widehat{AB}$$

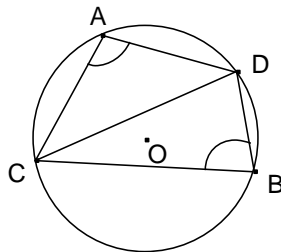
- **Ángulo inscrito.** Todo ángulo inscrito en una circunferencia tiene por medida la mitad de la medida del arco comprendido entre sus lados.



$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

Características de los ángulos inscritos.

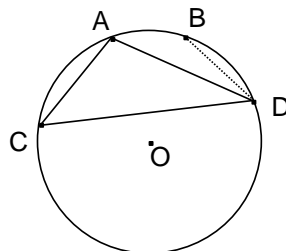
1. **Dos ángulos inscritos en cada uno de los arcos de una cuerda son suplementarios (su suma es de 180°).**



Cuerda \overline{CD}

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B = 180^\circ$$

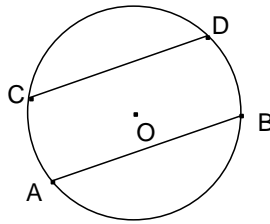
2. **Todos los ángulos inscritos que abarquen un mismo arco son iguales.**



Cuerda \overline{CD}

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B$$

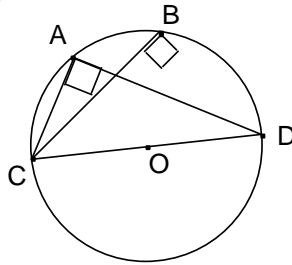
3. En una circunferencia los arcos cortados por cuerdas paralelas son iguales.



$$\text{El } \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

$$\text{EL } \sphericalangle A = \sphericalangle D$$

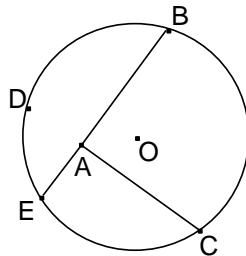
4. Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es un ángulo recto.



Diámetro \overline{CD}

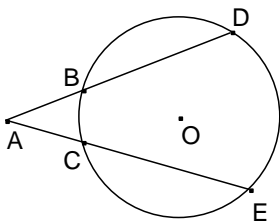
$$\sphericalangle A = \sphericalangle B = 90^\circ$$

- **Ángulos interiores.** La medida de un ángulo interior equivale a la semisuma del arco que abarca éste y el arco que abarca la prolongación de sus lados.

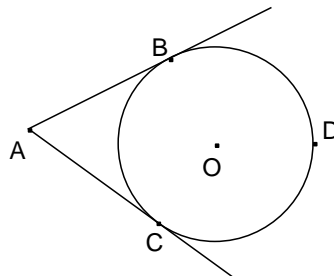


$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DE}}{2}$$

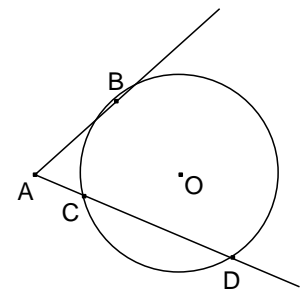
- **Ángulo exterior.** La medida de un ángulo exterior equivale a la semidiferencia de la medida de sus arcos comprendido por sus lados.



$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$$

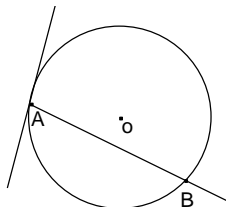


$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BDC} - \widehat{BC}}{2}$$



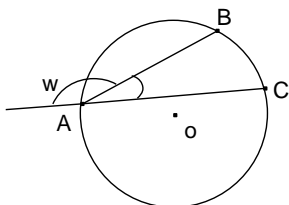
$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BD} - \widehat{BC}}{2}$$

- **Ángulo semi-inscrito.** La medida de un ángulo semi-inscrito equivale a la mitad del arco comprendido entre sus lados.



$$\sphericalangle A = \frac{AB}{2}$$

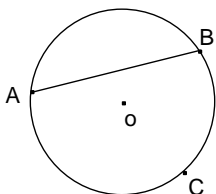
- **Ángulo ex – inscrito.** La medida de un ángulo ex – inscrito es igual a la semisuma de los arcos que tienen su origen en el vértice y sus extremos en uno de los lados y en la prolongación del otro.



$$\sphericalangle W = \frac{\widehat{AB} + \widehat{AC}}{2}$$

Ejemplos resueltos de ángulos en una circunferencia.

1. Hallar la medida del $\sphericalangle A$ si $\widehat{BC} = 50^\circ$



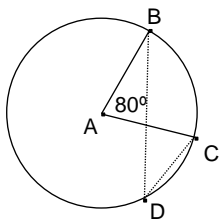
Solución. Como $\sphericalangle A$ es un ángulo inscrito tenemos que:

$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

$$\sphericalangle A = \frac{50^\circ}{2}$$

$$\sphericalangle A = 25^\circ$$

2. Hallar el valor del $\sphericalangle D$, si $\sphericalangle A = 80^\circ$

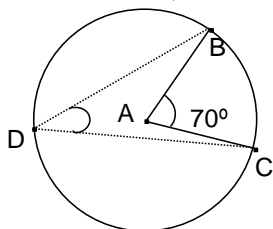


Solución. El ángulo central $\sphericalangle A = \widehat{BC}$
 $\widehat{BC} = 80^\circ$

Como el $\sphericalangle D$ es un ángulo inscrito tenemos que:

$$\sphericalangle D = \frac{\widehat{BC}}{2} \quad \sphericalangle D = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

3. Hallar el valor del $\sphericalangle D$, si $\sphericalangle A = 70^\circ$



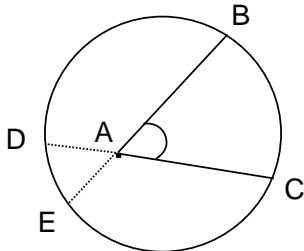
Solución.

El ángulo central $\sphericalangle A = \widehat{BC}$ por lo que
 $\widehat{BC} = 70^\circ$

Como el $\sphericalangle D$ es un ángulo inscrito entonces.

$$\sphericalangle D = \frac{\widehat{BC}}{2} \quad \sphericalangle D = \frac{70^\circ}{2} \quad \sphericalangle D = 35^\circ$$

4. Hallar el valor del $\sphericalangle A$, si $\widehat{DE} = 50^\circ$ $\widehat{BC} = 100^\circ$



Solución.

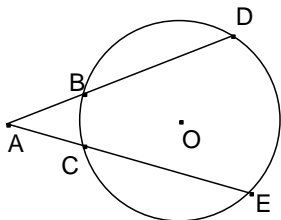
Como el $\sphericalangle A$ es un ángulo interior.

$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{BC} + \widehat{DE}}{2}$$

$$\sphericalangle A = \frac{100^\circ + 50^\circ}{2}$$

$$\sphericalangle A = \frac{150^\circ}{2} \quad \sphericalangle A = 75^\circ$$

5. Hallar el valor del $\sphericalangle A$, si $\widehat{DE} = 70^\circ$ $\widehat{BC} = 50^\circ$



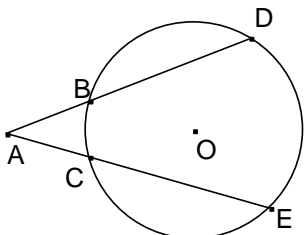
Solución.

Como el $\sphericalangle A$ es un ángulo exterior.

$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$$

$$\sphericalangle A = \frac{70^\circ - 50^\circ}{2} = \frac{20^\circ}{2} = 10^\circ$$

6. Hallar el \widehat{DE} si el $\widehat{BC} = 15^\circ$ y $\sphericalangle A = 50^\circ$



Solución.

Como el $\sphericalangle A$ es un ángulo exterior.

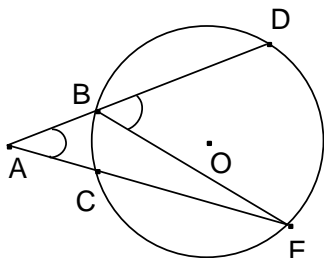
$$\sphericalangle A = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2} \quad \text{Despejamos } \widehat{DE}$$

$$\widehat{DE} = 2 \sphericalangle A + \widehat{BC}$$

$$\widehat{DE} = 2(50^\circ) + 15^\circ$$

$$\widehat{DE} = 100^\circ + 15^\circ \quad \widehat{DE} = 115^\circ$$

7. Hallar el $\sphericalangle A$ si el $\widehat{BC} = 10^\circ$ y $\sphericalangle B = 40^\circ$



Solución.

Como el $\sphericalangle B$ es un ángulo inscrito.

$$\sphericalangle B = \frac{\widehat{DE}}{2} \quad \text{por lo que } \widehat{DE} = 2 \sphericalangle B$$

$$\widehat{DE} = 2(40^\circ) \quad \widehat{DE} = 80^\circ$$

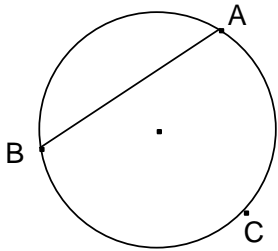
$$\text{Como el } \sphericalangle A = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$$

$$\sphericalangle A = \frac{80^\circ - 10^\circ}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

Ejercicios para resolver en clase.

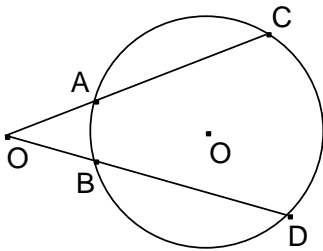
1. Hallar la medida del $\sphericalangle B$ si $\widehat{AC} = 60^\circ$

Solución.



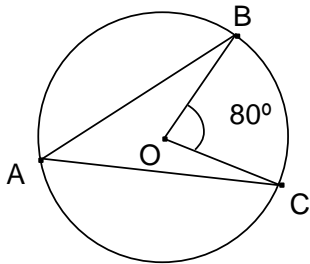
2. Hallar el valor del $\sphericalangle O$, si $\widehat{AB} = 15^\circ$ y $\widehat{CD} = 50^\circ$

Solución.



3. Hallar el valor del $\sphericalangle A$, si $\sphericalangle O = 80^\circ$

Solución.



4. Hallar el $\sphericalangle D$ y \widehat{BC} , si $\sphericalangle A = 80^\circ$

Solución.

