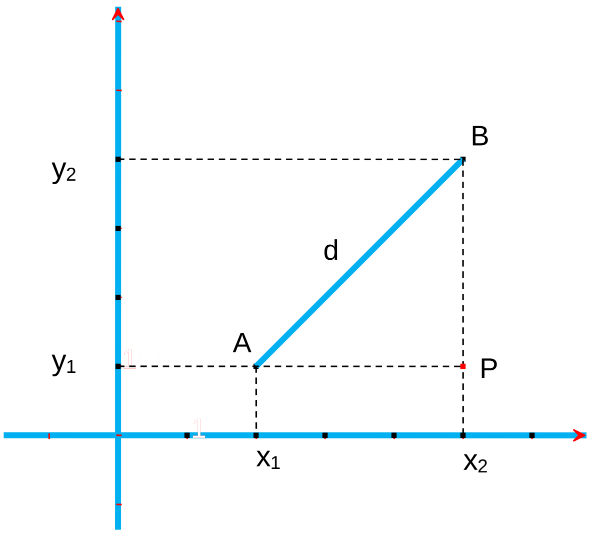
1.3 La línea recta.

La recta se define como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano que al tomarse de dos en dos se obtiene la **misma pendiente.**

1.3.1 Distancia entre dos puntos.

Sea el punto **A(x_1, y_1)** y el punto **B(x_2, y_2)** dos puntos en un plano cartesiano como el que se muestra en la siguiente figura. Al trazar líneas paralelas a los ejes que pasen por cada uno de los puntos se forma un triángulo rectángulo en donde la hipotenusa **"d"** es la distancia entre **A** y **B** y los catetos son los segmentos $\overline{AP}$ y $\overline{BP}$, entonces si aplicamos el teorema de **Pitágoras** se tiene que:



$d^2 = (\overline{AP})^2 + (\overline{BP})^2$

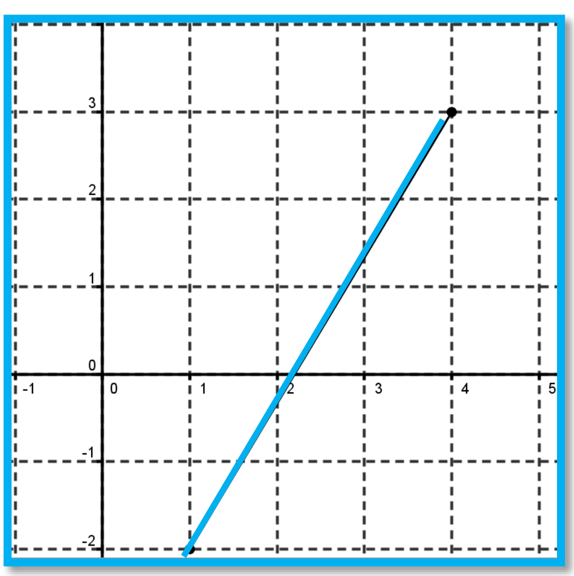
Pero $\overline{AP} = x_2 - x_1$ y $\overline{BP} = y_2 - y_1$

Por lo tanto $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Ejemplo 1.

Obtener la distancia entre los puntos A (1, -2) y B (4, 3).



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$d = \sqrt{(4-1)^2 + (3-(-2))^2}$

$d = \sqrt{(3)^2 + (3+2)^2}$

$d = \sqrt{9 + (5)^2}$

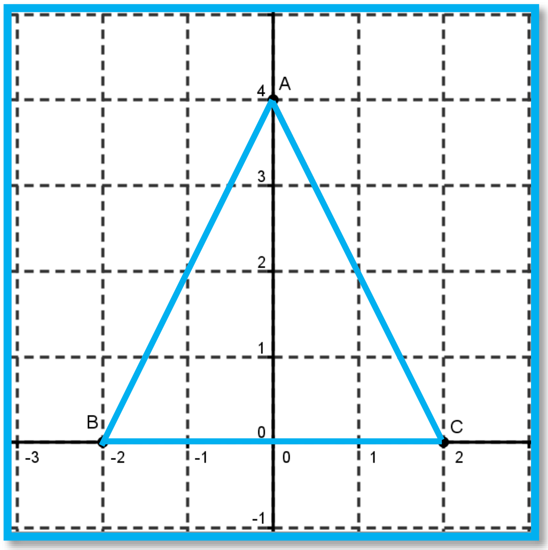
$d = \sqrt{9 + (25)}$

$d = \sqrt{34}$

$d = 5.83$

Ejemplo 2.

Dados los puntos **A(0, 4)**, **B(-2, 0)** y **C(2, 0)** demostrar que los puntos forman un triángulo isósceles.



Debemos recordar que en triángulo isósceles la medida de dos de sus lados son iguales y uno diferente.
Deberemos determinar la medida de sus tres lados.

$$d\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{(-2-0)^2 + (0-4)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{4+16}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{20}$$

$$d\overline{AB} = 4.47$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{(2-0)^2 + (0-4)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{4+16}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{20}$$

$$d\overline{AC} = 4.47$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(2-(-2))^2 + (0-0)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(2+2)^2 + (0)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(4)^2 + (0)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{16}$$

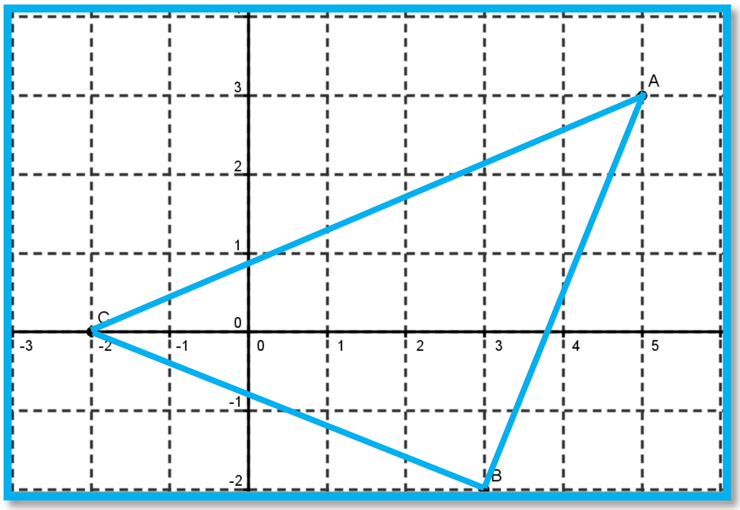
$$d\overline{BC} = 4$$

Como la distancia $d\overline{AC} = d\overline{AB}$ y éstas son diferentes a $d\overline{BC}$, entonces se trata de un triángulo isósceles.

Ejemplo 3.

Demuestre que los puntos **A(5,3), B(3,-2) y C(-2,0)** Son los vértices de un triángulo rectángulo

Sabemos que en un triángulo rectángulo se puede aplicar el **teorema de Pitágoras** (El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de sus catetos). Recordando que la hipotenusa es el lado más largo.



$$d\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{(3-5)^2 + (-2-3)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{(-2)^2 + (-5)^2}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{4+25}$$

$$d\overline{AB} = \sqrt{29}$$

$d\overline{AB}$ = **5.38**

$$d\overline{AC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{(-2-5)^2 + (0-3)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{(-7)^2 + (-3)^2}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{49+9}$$

$$d\overline{AC} = \sqrt{58}$$

$d\overline{AC}$ = **7.61**

$$d\overline{BC} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(-2-3)^2 + (0-(-2))^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(-5)^2 + (2)^2}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{(25)+(4)}$$

$$d\overline{BC} = \sqrt{29}$$

$d\overline{BC}$ = **5.38**

$(d\overline{AC})^2 = (d\overline{AB})^2 + (d\overline{BC})^2$

$(7.61)^2 = (5.38)^2 + (5.38)^2$

57.91= 28.94+28.94

57.91= 57.91 **Por lo anterior se demuestra que la distancia $d\overline{AC}$ es la hipotenusa, $d\overline{BC}$ y $d\overline{AB}$ son los catetos del triángulo rectángulo.**

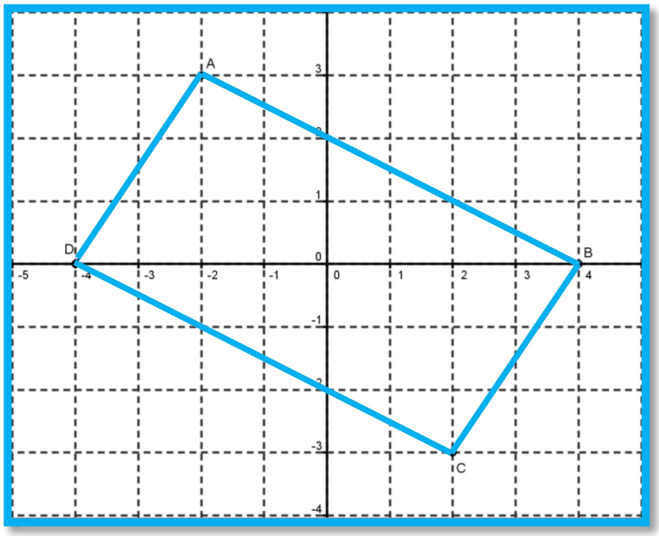
Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1.

Dados los puntos **A(-2, 3), B(4, 0), C(2, -3) y D(-4, 0)** demostrar que los puntos son los vértices de un paralelogramo.

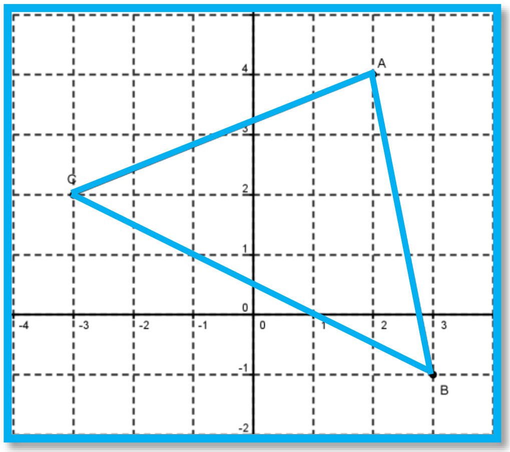
Para resolverlo hay que recordar que un paralelogramo es un cuadrilátero con lados opuestos paralelos e **iguales en su longitud**.

$d\overline{AB} = d\overline{DC} \quad y \quad d\overline{AD} = d\overline{BC}$



Ejercicio 2.

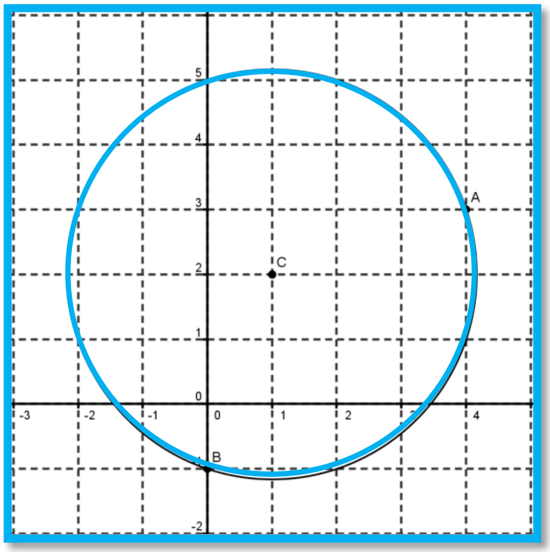
Hallar el perímetro del triángulo formado por los puntos **A(2,4), B(3,-1) y C(-3,2).**



Recordemos que el perímetro de un triángulo es igual a la suma de la medida de sus tres lados.

Ejercicio 3.

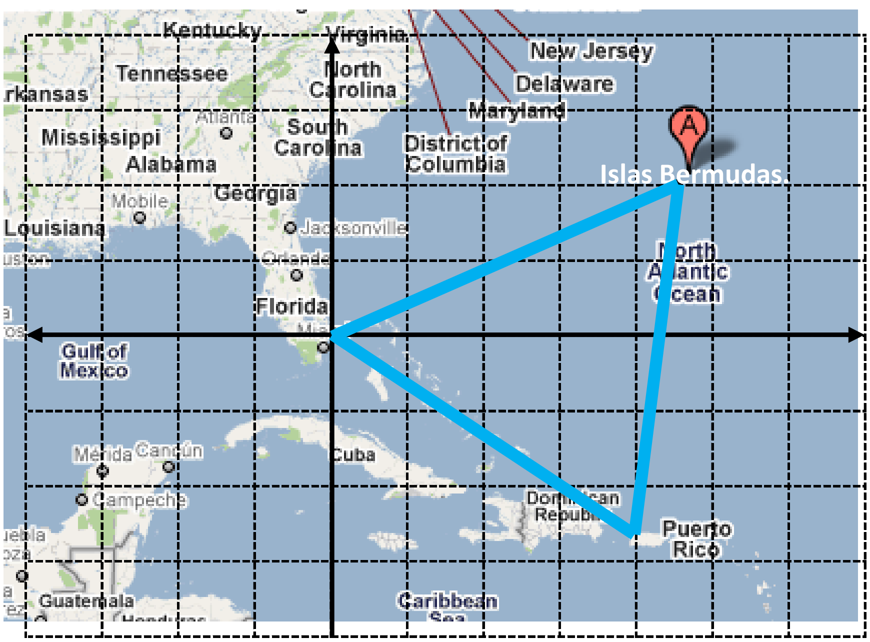
Demostrar que la circunferencia que tiene como centro el punto **C(1, 2)** pasa por los puntos **A(4, 3) y B(0, -1).**



1. El Triángulo de las Bermudas.

Como su nombre lo indica, es un espacio en forma de triángulo que cubre un área entre las **islas Bermudas, Puerto Rico y Florida**. Este lugar fue y es testigo de fenómenos sin explicación que han recorrido el mundo. El fenómeno de la desaparición de barcos y aviones que han pasado por esos lugares, se atribuye a muchas causas; **algunos científicos dicen que en esos lugares hay grandes campos de energía proveniente de la Tierra y es por esto que las comunicaciones se cortan**; otros fanáticos de la ciencia ficción, piensan que el triángulo está relacionado ampliamente con criaturas extraterrestres y **OVNIS**; en cambio, hay quienes piensan que en ese lugar se encuentra el portal que une esta dimensión a otra, si esta teoría sería cierta, las personas no son secuestradas, sino que son transportadas a otra dimensión. Nadie puede negar que este fenómeno extraño suceda, ya que **desde la mitad del siglo XX han desaparecido un total de cincuenta barcos y veinte aviones.**

Científicos de la Universidad Monash de Melbourne, Australia, ha confirmado que las **burbujas de metano** son las causantes de los hundimientos de los barcos, el metano se forma por la descomposición de las materias orgánicas y se encuentran en grandes cantidades en el fondo del mar. Al combinarse con el agua, el metano se calienta, hierve y se disuelve en el océano. El problema está cuando se forma una burbuja que llega a la superficie y revienta, si en ese momento hay un barco cerca se hundirá al no poder soportar las turbulencias.



Nota: En el dibujo la escala es: **3cm es igual a 1000km.**

En el plano cartesiano ¿Cuáles son las coordenadas de los siguientes lugares?

Florida. (   ).

Puerto Rico. (   ).

Islas Bermudas. (   ).

a) Determinar la distancia entre Florida y Puerto Rico, entre Puerto Rico y las Islas Bermudas y finalmente hallar la distancia entre las Islas Bermudas y Florida.

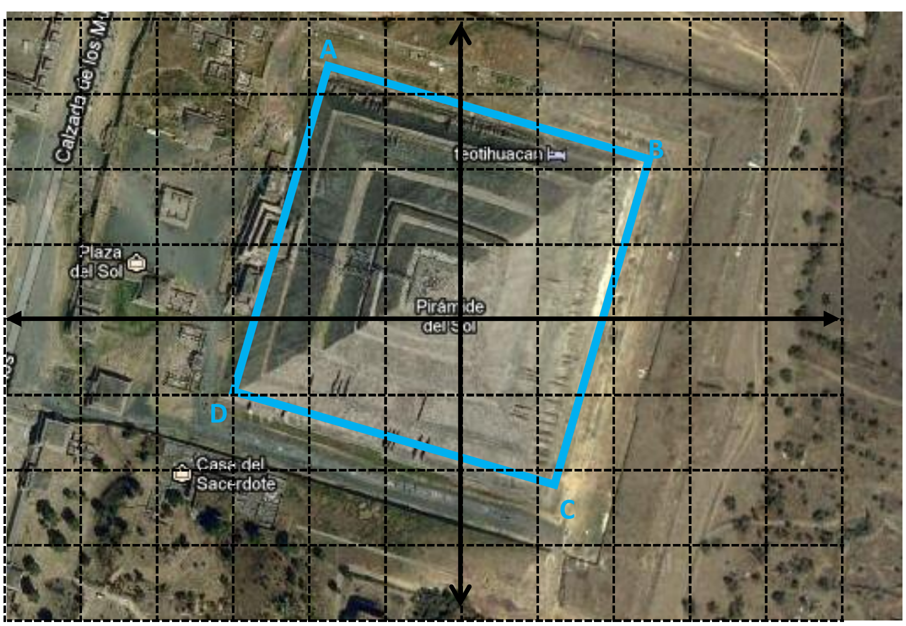
b) Determine el perímetro del Triángulo de las Bermudas.

2. La Pirámide del Sol en Teotihuacán.

La pirámide del Sol es el edificio prehispánico de mayores dimensiones de su época (**100-650 d.C.**) y es uno de los más importantes de Mesoamérica. Su nombre se debe a que este gran monumento fue dedicado a esa divinidad.
La **Pirámide del Sol** se encuentra en la Calzada de los Muertos, entre la **Pirámide de la Luna** y la Ciudadela, junto a la gran montaña de Cerro Gordo. La pirámide forma parte de un gran complejo situado en el centro de la antigua ciudad. La cima de la pirámide estuvo coronada por un templo en donde se realizaban las actividades religiosas asociadas con la divinidad a quien fue dedicado este edificio.

La monumentalidad del edificio, sus dimensiones y sus características arquitectónicas, muestran el desarrollo tecnológico y los conocimientos de ingeniería y arquitectura que alcanzó la **sociedad Teotihuacana**. Actualmente, la pirámide tiene una **altura de 64 metros**, medida que corresponde a su penúltima etapa constructiva. La longitud de su base para la última fase constructiva, es de **224 metros por lado** y se ha calculado que su volumen total es cercano al millón de metros cúbicos. Además la cúspide estuvo originalmente coronada por un templo ricamente ornamentado. La escalinata tiene **253 escalones**. Su diseño incorporó descansillos entre las secciones para hacer más cómodo su ascenso.

Se construyó mediante un sistema de rellenos de tierra arena y adobes, recubiertos por una capa de roca, esta estuvo, a su vez, recubierta por un grueso aplanado compuesto de gravilla, cementada con cal y arena. **El acabado final era de cal, arena y pintura color rojo**.



De la siguiente fotografía satelital estima las coordenadas de los puntos:

A (   ).

B (   ).

C (   ).

D (   ).

Nota: La escala de la foto es de 1 cm. igual a 50m.

Determina la distancia $\overline{AD}$ y la distancia $\overline{AB}$ para verificar si la base es rectangular o cuadrangular.

¿Cuál es la medida del área de la base en la Pirámide del Sol?