

1.3.6 Distancia perpendicular de un punto a una recta.

Si se desea hallar la distancia perpendicular de un punto $R(x_1, y_1)$ a la recta L determinada por la ecuación. $Ax + By + C = 0$.

La ecuación en la forma normal de la recta L es $x \cos \theta + y \sin \theta - P = 0$.

Si trazamos la recta L_1 que sea paralela a L , como se muestra en la figura, que pase por el punto $R(x_1, y_1)$ y cuya distancia entre los puntos P y Q sea d , entonces la recta L_1 queda determinada por la ecuación:

$$x \cos \theta + y \sin \theta - (P+d) = 0.$$

De donde:

$$x \cos \theta + y \sin \theta - P - d = 0$$

Si despejamos d

$$d = x \cos \theta + y \sin \theta - P$$

También sabemos que:

$$\cos \theta = \frac{A}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{B}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$-P = \frac{C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

Por lo que d queda:

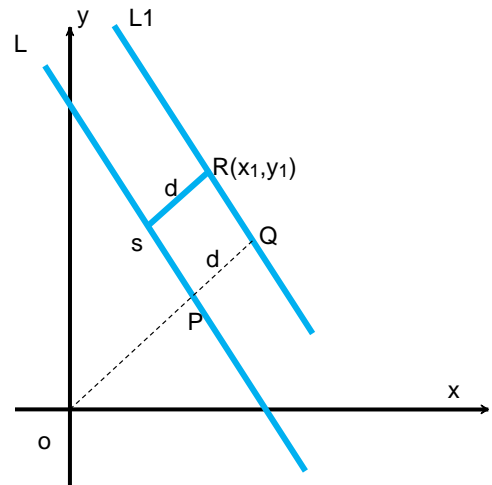
$$d = \frac{Ax}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} + \frac{By}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} + \frac{C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

Es decir:

$$d = \frac{Ax + By + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$$

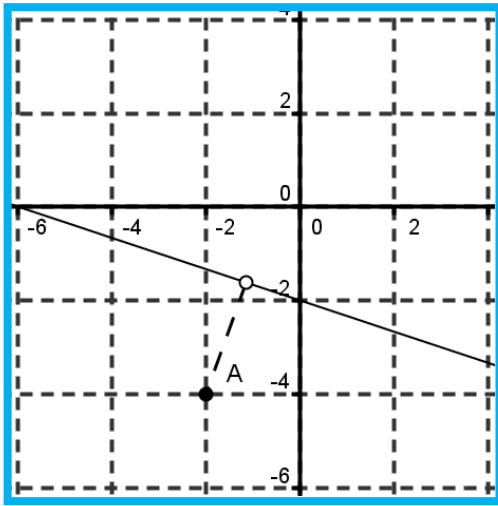
Si no nos interesa el signo de la distancia no dirigida, entonces su longitud es el valor absoluto de la expresión anterior, es decir:

$$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



Ejemplo.

Hallar la distancia del punto **M (-2, -4)** a la recta cuya ecuación es **2x +6y +12=0**.



$A=2$ $B=6$ $C=12$ $x_1=-2$ $y_1=-4$ si los sustituimos en la fórmula tenemos:

$$d = \left| \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

$$d = \left| \frac{2(-2) + 6(-4) + 12}{\sqrt{2^2 + 6^2}} \right|$$

$$d = \left| \frac{-4 - 24 + 12}{\sqrt{4 + 36}} \right|$$

$$d = \left| \frac{-16}{\sqrt{40}} \right|$$

$$d = \left| \frac{-16}{6.32} \right|$$

$$d = \left| -2.53 \right|$$

$$d = 2.53$$

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1.

Hallar la distancia del punto **A(3, -2)** a la recta cuya ecuación es **2x +3y -6=0**.

Ejercicio 2.

Hallar la distancia del punto **B(7, 0)** a la recta cuya ecuación es **2x-4y+8=0**.

Ejercicio 3.

Hallar la distancia del punto **B(5, -4)** a la recta cuya ecuación es **$y = 4x+6$** .

Ejercicio 4.

Hallar la distancia del punto **A(-2, -4)** a la recta cuya ecuación es **$3x + 2y - 6 = 0$** .