

## 2.2.4 Ecuación general de la parábola.

La ecuación general de la parábola es la que se obtiene al desarrollar el binomio al cuadrado, agrupar términos e igualar a cero. Quedando una ecuación de la forma:  
 $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey +F=0$

### Ejemplo 1.

Convertir a su forma general la siguiente ecuación.  $(y+2)^2=10(x-3)$ .

$$(y+2)^2=10(x-3).$$

Desarrollamos el binomio cuadrado.

$$y^2+ 4y +4=10(x-3) \text{ Multiplicamos por 10 el segundo binomio.}$$

$$y^2+ 4y +4= 10x-30 \text{ Igualamos a cero la ecuación.}$$

$$y^2+4y+4-10x+30=0 \text{ Ordenamos términos.}$$

$$y^2-10x+ 4y +34=0$$

### Ejemplo 2.

Dada la ecuación general de la parábola  $x^2-18x-6y+69=0$ , pasarla a su forma ordinaria y graficarla encontrando las coordenadas del vértice, foco, LLR y ecuación de su directriz.

Como la ecuación contiene al término  $x^2$  tendrá una forma:

$(x-h)^2= 4p(y-k)$  Para lo cual debemos de ordenar los términos de la siguiente manera:

$x^2-18x = +6y-69$ . Del lado izquierdo de la igualdad completaremos el trinomio cuadrado perfecto. Pero para ello se requiere agregar a ambos miembros de la igualdad el número 81, dicho número se obtiene de dividir  $18/2$  y al resultado de este cociente se eleva al cuadrado.

$$x^2-18x+81 = +6y-69+81$$

$$(x-9)^2= 6y+12 \text{ Factorizando tenemos:}$$

$(x-9)^2=6(y+2)$  y a partir de su ecuación obtendremos los demás elementos.

$(x-h)^2= 4p(y-k)$  al comparar las ecuaciones obtenemos que:

$$-h = -9 \rightarrow h = 9 \quad -k = 2 \rightarrow k = -2$$

$$4p = 6 \quad p = 6/4 \quad p = 1.5$$

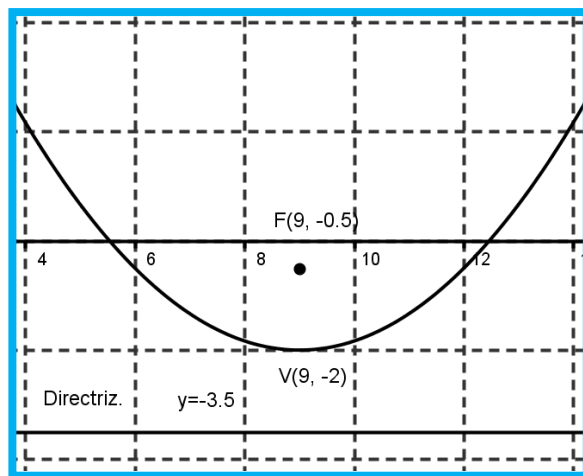
Con los valores de h, k y p. Determinamos lo siguiente:

$$V(h, k) = V(9, -2)$$

$$F(h, k+p) = F(9, -2+1.5) = F(9, -0.5)$$

$$LLR = |4p| = |4(1.5)| = 6$$

$$\text{Directriz } y = k-p \quad y = -2-1.5 = y = -3.5$$



## Ejercicios para resolver en clase.

### Ejercicio 1.

Convertir a su forma general la siguiente ecuación  $(x-5)^2=-24(y-1)$ .

### Ejercicio 2.

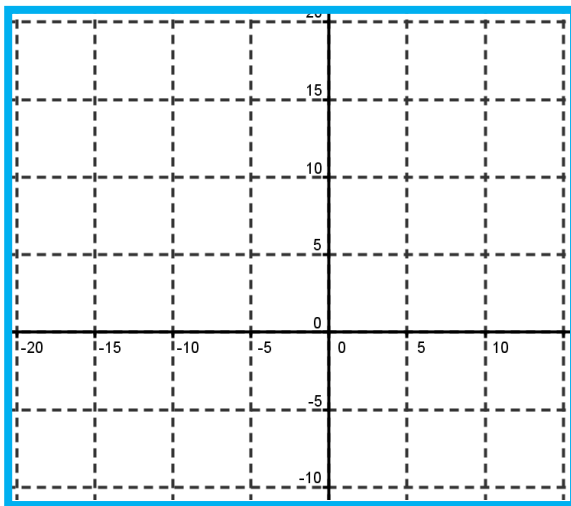
Convertir a su forma general la siguiente ecuación  $(y+10)^2= 40(x+12)$ .

### Ejercicio 3.

Convertir a su forma general la siguiente ecuación  $(y-9)^2=15(x-1)$ .

### Ejercicio 4.

Dada la ecuación general de la parábola  $x^2+6x-8y+49=0$ , pasarla a su forma ordinaria y graficarla encontrando las coordenadas del vértice, foco, LLR y ecuación de su directriz.



## 2.2.5 Problemáticas situadas.

### 1. Bombardeos atómicos sobre Hiroshima y Nagasaki.



Los bombardeos atómicos sobre **Hiroshima y Nagasaki** fueron ataques nucleares ordenados por **Harry Truman**, Presidente de los Estados Unidos, contra el Imperio de Japón. Los ataques se efectuaron **el 6 y el 9 de agosto de 1945**, y pusieron el punto final a la **Segunda Guerra Mundial**. Después de seis meses de intenso bombardeo de otras 67 ciudades, el arma nuclear **Little Boy** fue soltada sobre **Hiroshima** el lunes 6 de agosto de 1945, seguida por la detonación de la bomba **Fat Man** el jueves 9 de agosto sobre **Nagasaki**. Hasta la fecha estos bombardeos constituyen los únicos ataques nucleares de la historia.

Se estima que hacia finales de 1945, las bombas habían matado a **140,000 personas en Hiroshima y 80,000 en Nagasaki**. Seis días después de la detonación sobre Nagasaki, **el 15 de agosto, Japón anunció su rendición incondicional** frente a los «Aliados», haciéndose formal el 2 de septiembre con la firma del acta de capitulación. Con la rendición de Japón concluyó la Guerra del Pacífico y por tanto, la Segunda Guerra Mundial.

**El 5 de noviembre de 1941 el Emperador Hirohito** y el gobierno japonés decidieron declarar la guerra a los Estados Unidos si no se levantaba el embargo petrolero para finales de mes. **El 7 de diciembre la Primera flota japonesa lanzó un ataque aéreo masivo sobre Pearl Harbor**, por lo que al día siguiente, el 8 de diciembre, el Congreso de los Estados Unidos declaró la guerra a Japón como respuesta a la solicitud del presidente después del famoso discurso:

***Ayer, 7 de diciembre de 1941 una fecha que pervivirá en la infamia- los Estados Unidos de América fue atacada repentina y deliberadamente por las fuerzas aéreas y navales del Imperio de Japón.***

**Franklin Delano Roosevelt.**

#### **El Proyecto Manhattan.**

**El 2 de agosto de 1939, Albert Einstein** dirigió una carta al presidente de los Estados Unidos, **Franklin Delano Roosevelt** reclamando su atención sobre las investigaciones realizadas por los científicos **Enrico Fermi y Leó Szilard**, cuya versión manuscrita ha llegado a mi conocimiento, me hacen suponer que el elemento uranio puede convertirse en una nueva e importante fuente de energía en un futuro inmediato. Se ha abierto la posibilidad de realizar una **reacción nuclear en cadena** en una amplia masa de **uranio** mediante lo cual se generaría una gran cantidad de energía. Este nuevo fenómeno podría conducir a la fabricación de bombas y, aunque con menos certeza, es probable que con este procedimiento se pueda construir bombas de nuevo tipo y extremadamente potentes.

#### **Carta de Einstein enviada al presidente Roosevelt.**

Los Estados Unidos, con la ayuda del Reino Unido y Canadá en sus respectivos proyectos secretos **Tube Alloys** y **Chalk River Laboratories**, diseñaron y fabricaron las primeras

bombas atómicas bajo lo que fue llamado **Proyecto Manhattan**. La investigación científica fue dirigida por el físico estadounidense **Robert Oppenheimer**.

### La hora fatídica.

A la 1:45 de la madrugada del 6 de agosto de 1945, el “**Enola Gay**”, un bombardero B-29 estadounidense, despegó de la isla **Tinian en las Islas Marianas**. Llevaba la segunda bomba atómica del mundo; la primera se había detonado tres semanas antes en un campo de pruebas de EE.UU. en **Alamogordo**, Nuevo México. La bomba atómica tenía un núcleo de uranio enriquecido a la que se nombró “**Pequeño niño**”, con una fuerza explosiva de unas **12,500 toneladas de TNT**. El plan preestablecido era lanzar la bomba a las 8:15, hora local. Las favorables condiciones atmosféricas y la pericia del piloto, **Paul Tibbets** permitieron que el avión viajara a una velocidad de **585 km/h (162.5 m/s)** y coincidiera con el objetivo **exactamente a las 8 hrs, 15 min. y 17 seg.** En aquella hora fatídica se abrieron las compuertas, desde una altura de **10,000 metros**, el ingenio atómico inició su trayectoria genocida. Aligerado de un peso de más de **4,000 kilos**, el bombardero dio un gran brinco hacia arriba. Tibbets marcó un picado hacia estribor y a continuación hizo un viraje cerrado de 158', a fin de alejarse al máximo del punto de explosión. Al mismo tiempo, desde el instante del lanzamiento, Tibbets se puso a contar mentalmente los segundos calculados hasta que la bomba estallara. Transcurridos **43 segundos**, cuando el avión se encontraba a **15 kilómetros** del punto del impacto, la bomba hizo explosión, accionada por una espoleta automática a unos **550 metros** por encima del punto de caída y a **200 metros** escasos del blanco elegido.

### Problemática.

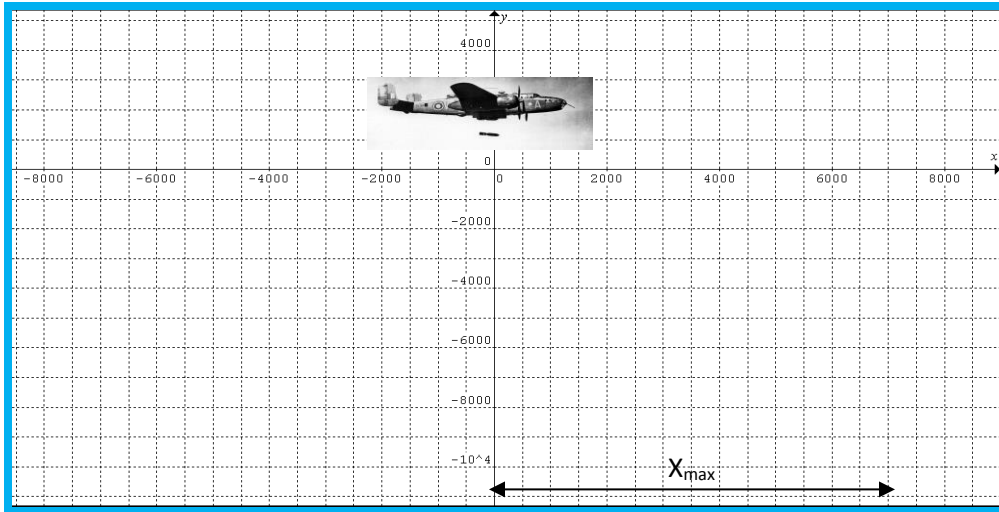
Con los datos de la altitud del avión  **$h=10000\text{m}$**  y la velocidad  **$v=162.5\text{m/s}$** . Determinar:

1) El tiempo que la bomba estuvo en el aire  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

2) La distancia horizontal recorrida por la bomba desde que la dejan caer hasta que toca al suelo.  **$x_{\max}=(v)(t)$** , siendo  **$v$**  la velocidad del avión.

3) Considerando que la trayectoria descrita por la bomba es una parábola con su vértice en el origen, encontrar su **ecuación ordinaria** y realizar la gráfica correspondiente, marcando las coordenadas del **vértice, foco** y la **longitud de su lado recto**. Para ello deberás utilizar el

siguiente modelo matemático.  $x^2 = -\frac{(x_{\max})^2}{h}y$



## 2. El saltamontes.



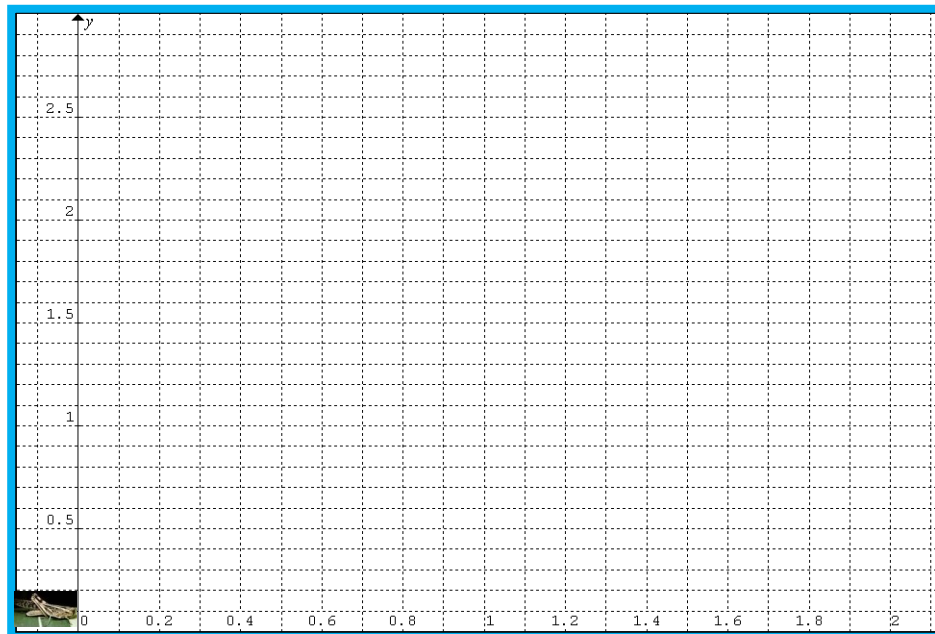
Saltamontes o Chapulín, nombre común de cualquiera de los insectos **ortópteros** alados cuyas patas traseras están adaptadas al salto. Entre ellos están los saltamontes de antenas largas, los pigmeos y los de antenas cortas, o langosta. Se alimentan de plantas y se distribuyen por todo el planeta, en donde haya vegetación.

Los saltamontes **miden entre 3 y 13** cm de longitud cuando son adultos. Las crías se parecen a los adultos, pero carecen de alas. Algunas especies experimentan cambios de color estacionales y son verdes en ciertos momentos y rojas o color castaño en otros. Los saltamontes son parientes muy cercanos de los grillos y los machos producen sonidos similares a los de éstos. También producen sonidos las hembras de varias especies. Al contrario que los verdaderos grillos y los saltamontes de antenas largas, los de antenas cortas generan el sonido frotando sus patas traseras o la parte delantera de sus alas contra otras partes de su cuerpo. Estos insectos tienen órganos auditivos; sus tímpanos son unas superficies claras y circulares situadas en el abdomen, detrás de la articulación de las patas traseras con el cuerpo. Los saltamontes de antenas largas y los grillos tienen los órganos auditivos en las patas delanteras.

### Problemática.

Un saltamontes da un brinco y logra recorrer una distancia de 2m desde su posición inicial (origen del sistema de referencia) y cuya trayectoria está descrita por la ecuación

$$(x-1)^2 = -\frac{(y-3)}{3}$$



### Determinar:

1) Las coordenadas del vértice **V**( , ).

2) Las coordenadas del foco **F**( , ).

3) La longitud del lado recto.

**LLR=**

4) Construir la gráfica correspondiente.

5) La máxima altura en el brinco.