### 3.1.4. Ecuación general de la elipse.

Toda ecuación de una elipse se puede representar en su forma general, la cual es:
**$Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$**

Donde **A** y **B** son **diferentes de cero** y tienen el mismo signo, esta ecuación se obtiene al multiplicar toda la ecuación por el producto de sus cocientes, desarrollar los binomios al cuadrado e igualar a cero.

También a partir de la ecuación general de la elipse podemos encontrar la ecuación ordinaria, esto se logra completando trinomios cuadrados perfectos (TCP).

**Ejemplo 1.**
Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$$

Multiplicamos por (9) y (4) a ambos miembros de la igualdad:

$$\frac{(9)(4)(x-2)^2}{9}+\frac{(9)(4)(y-2)^2}{4}=1(9)(4)$$

$4(x-2)^2+9(y-2)^2=36$

$4(x^2-4x+4)+9(y^2-4y+4)=36$

$4x^2-16x+16+9y^2-36y+36-36=0$

$4x^2+9y^2-16x-36y+16+36-36=0$

**$4x^2+9y^2-16x-36y+16=0$**

**Ejemplo 2.**
Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x+4)^2}{36}+\frac{(y+3)^2}{25}=1$$

Multiplicamos por (36) y (25).

$$\frac{(36)(25)(x+4)^2}{36}+\frac{(36)(25)(y+3)^2}{25}=900$$

$25(x+4)^2+(36)(y+3)^2=900$

$25(x^2+8x+16)+36(y^2+6y+9)=900$

$25x^2+200x+400+36y^2+216y+324-900=0$

$25x^2+36y^2+200x+216y+324+400-900=0$

**$25x^2+36y^2+200x+216y+176=0$**

**Ejemplo 3.**
Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$$

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$$ Multiplicamos por 4:

$(x-1)^2+4(y-1)^2=4$

$x^2-2x+1+4(y^2-2y+1)=4$

$x^2-2x+1+4y^2-8y+4=4$

$x^2-2x+1+4y^2-8y+4-4=0$

$x^2+4y^2-2x-8y+4-4+1=0$

**$x^2+4y^2-2x-8y+1=0$**

**Ejemplo 4.**
Dada la ecuación general de la elipse $x^2+9y^2+6x-18y-18=0$, pasarla a su forma ordinaria.

$x^2+9y^2+6x-18y-18=0$ ordenando términos:

$x^2+6x+9y^2-18y=18$ Completando el TCP:

$(x^2+6x+\quad)+9(y^2-2y+\quad)=18$ Para completar el TCP, **en el espacio en blanco debemos de anotar el número que se obtiene de dividir el segundo término del trinomio entre 2 y el resultado de este cociente se eleva al cuadrado.**

$1(x^2+6x+9)+9(y^2-2y+1)=18+9+9$ Se debe sumar 9 y 9 ya que es el resultado del número que agregamos, multiplicado por el factor que antecede al trinomio.

$(x+3)^2+9(y-1)^2=36$ Dividimos entre 36:

$$\frac{(x+3)^2}{36}+\frac{(y-1)^2}{4}=1$$

**Ejemplo 5.**
Dada la ecuación general de la elipse $4x^2+9y^2-16x-36y+16=0$, pasarla a su forma ordinaria.

$4x^2+9y^2-16x-36y+16=0$ Ordenando términos:

$4x^2-16x+9y^2-36y=-16$ Completando el TCP:

$4(x^2-4x+\quad)+9(y^2-4y+\quad)=-16$ Para completar el TCP, **en el espacio en blanco debemos de anotar el número que se obtiene de dividir el segundo término del trinomio entre 2 y el resultado de este cociente se eleva al cuadrado.**

$4(x^2-4x+4)+9(y^2-4y+4)=-16+16+36$ Se debe sumar 16 y 36 ya que es el resultado del número que agregamos, multiplicado por el factor que antecede al trinomio.

$4(x-2)^2+9(y-2)^2=36$ Dividimos entre 36:

$$\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$$

**Ejemplo 6.**
Dada la ecuación general de la elipse $x^2+4y^2-2x-8y+1=0$, pasarla a su forma ordinaria.

$x^2+4y^2-2x-8y+1=0$ ordenando términos

$x^2-2x+4y^2-8y=-1$

$(x^2-2x+\quad)+4(y^2-2y+\quad)=-1$

$(x^2-2x+1)+4(y^2-2y+1)=-1+1+4$

$(x-1)^2+4(y-1)^2=4$ Dividimos entre 4:

$$\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$$

**Ejercicios para resolver en clase.**

**Ejercicio 1**.
Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x-5)^2}{16}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$$

**Ejercicio 2.**
Dada la ecuación general de la elipse $2x^2 + 3y^2 - 8x + 24y + 44 = 0$, pasarla a su forma ordinaria.

**Tarea de evaluación**

**1.** Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x-3)^2}{25}+\frac{(y+3)^2}{4}=1$$

**2.** Dada la siguiente ecuación ordinaria de la elipse pasarla a su forma general.

$$\frac{(x+4)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{49}=1$$

**3.** Dada la ecuación general de la elipse $2x^2 + y^2 + 4x + 4y - 2 = 0$, pasarla a su forma ordinaria.

**4.** Dada la ecuación general de la elipse $9x^2 + 25y^2 - 54x + 100y - 44 = 0$ pasarla a su forma ordinaria.

**5.** Dada la ecuación general de la elipse $x^2 + 4y^2 - 8x - 24y + 36 = 0$, pasarla a su forma ordinaria.

**6.** Dada la ecuación general de la elipse $x^2 + 4y^2 - 10x - 40y + 109 = 0$, pasarla a su forma ordinaria.

## 3.1.5 Problemáticas situadas.

### 1. Movimiento de rotación y traslación de la tierra.

#### Movimiento de rotación.

**El movimiento de rotación se realiza de Oeste a Este**, por lo que el Sol aparenta salir por Oriente y se pone por Occidente, lo que da lugar a los días y las noches. Conocer la rotación terrestre y sus consecuencias permite localizar cualquier punto sobre la superficie terrestre y dividir el tiempo en horas. **La Tierra viaja aproximadamente a 1,700 kilómetros por hora** en relación con su eje, cuanto más cerca aproxime a los Polos, menos tiempo ocupará este punto en la rotación. En la latitud 60º Norte o Sur, la distancia es la mitad que en el Ecuador, por lo que un punto viaja a la mitad de la velocidad.

#### Movimiento de traslación.

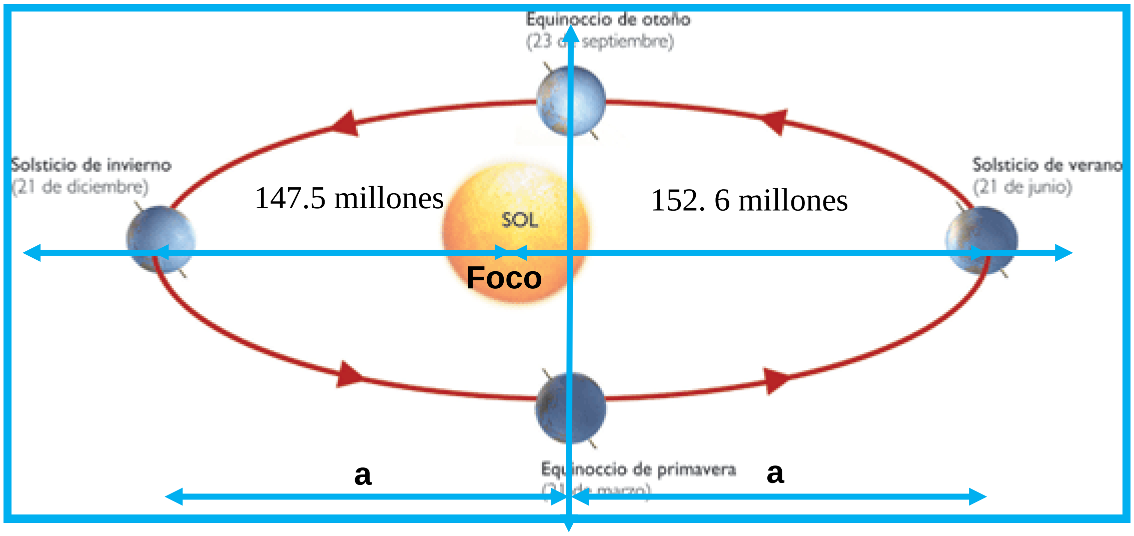
**Es un movimiento por el cual la Tierra se mueve alrededor del Sol**. En 365 días con 6 horas, esas 6 horas se acumulan cada año, transcurridos 4 años, se convierte en 24 horas (1 día). Cada cuatro años hay un año que tiene 366 días, al que se denomina Año Bisiesto. **La causa de este movimiento es la acción de la gravedad y origina una serie de cambios que, al igual que el día, permiten la medición del tiempo**. Tomando como referencia el Sol, resulta lo que se denomina año tropical, lapso necesario para que se repitan las estaciones del año. Dura 365 días, 5 horas y 47 minutos. El movimiento que describe es una trayectoria elíptica de 930 millones de kilómetros, a una distancia media del Sol de prácticamente 150 millones de kilómetros ó 1 U.A. (Unidad Astronómica: 149 675 000 km). De esto se deduce que la Tierra se desplaza con una rapidez media de 29.5 km/s.

**La trayectoria u órbita terrestre es elíptica. El Sol ocupa uno de los focos de la elipse y, debido a la excentricidad de la órbita, la distancia entre el Sol y la Tierra varía a lo largo del año**. Los primeros días de enero se alcanza la máxima proximidad al Sol, produciéndose el **Perihelio**, donde la distancia es de 147.5 millones de km, mientras que en los primeros días de julio se alcanza la máxima lejanía, denominado **Afelio**, donde la distancia es de 152.6 millones de km.

El movimiento de precesión de los equinoccios, es debido al movimiento de precesión de la Tierra causado por el momento de fuerza ejercido por el sistema Tierra-Sol en función de la inclinación del eje de rotación terrestre con respecto al Sol (alrededor de 23.43°).

**La inclinación del eje terrestre varía con una frecuencia incierta, ya que depende (entre otras causas) de los movimientos telúricos**. En febrero del 2010, se registró una variación del eje terrestre de 8 centímetros aproximadamente, por causa del terremoto de 8.8° Richter que afectó a Chile. En tanto que el maremoto y consecuente tsunami que azotó al sudeste asiático en el año 2004, desplazó 17,8 centímetros al eje terrestre.

La órbita de la tierra es una elipse donde el sol es uno de los focos, si la máxima lejanía al Sol es de 152.6 millones de km, la máxima proximidad al Sol es de 147.5 millones de km y su excentricidad es de $e = \frac{1}{62}$




Con base a la información anterior y considerando a la elipse con centro C(0,0). Determinar:

**a)** El valor de **"a"** Considerando que 2a=147.5+152.6

**b)** Las coordenadas del foco (Sol). **F( , )**

Por lo que el valor de **"c"** es de____________________

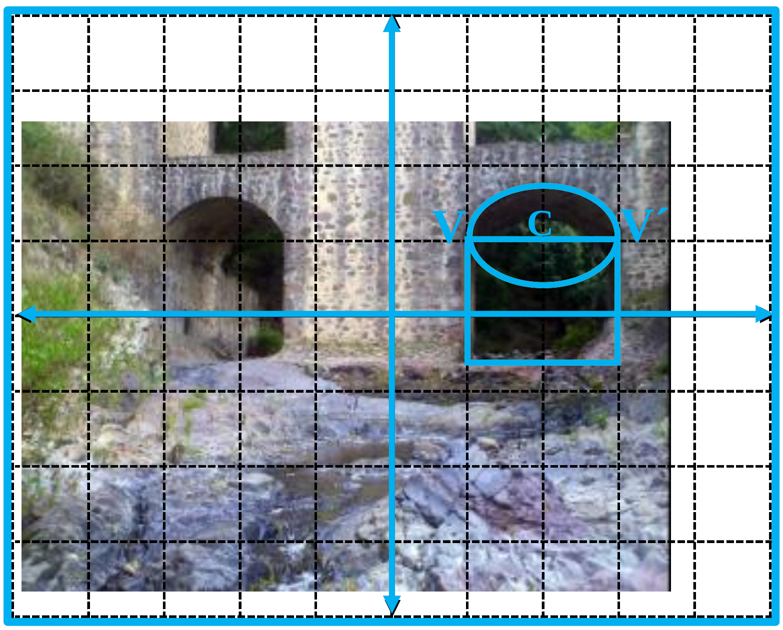
**c)** Con los valores de **"a"** y de **"c"** determinar el valor de **"b"**.

**d)** Encontrar la ecuación ordinaria de la elipse que describe la órbita de la tierra en su movimiento de traslación.

## 2. Acueducto de Tepotzotlán.

La construcción del **Acueducto de Tepotzotlán**, conocido comúnmente como los **"Arcos de Sitio"** se inició entre los siglos XVIII y XIX. La majestuosa obra fue levantada por los jesuitas y proyectada por Pedro de Beristáin. Durante 61 años se trabajó en los 41.900 metros de zanja y 43 arcos; sin embargo, con la expulsión de los jesuitas los trabajos quedaron inconclusos. El acueducto no vió correr el agua sino hasta 1854 (si consideramos que la obra se inició en 1706, su construcción demoró 148 años). Se encuentra en el poblado de **Tepotzotlán, Estado de México**. Es considerado uno de los acueductos de la época colonial más altos del mundo. Cuenta con una altura de 56 metros y una longitud de 425 metros.

Actualmente en la zona se estableció un parque ecoturístico, que ofrece algunas actividades recreativas.




**Escala del dibujo: 1cm. equivale a 1m en el objeto real.**

Determinar:

**1.** Las coordenadas del centro de la elipse que está fuera del origen. C ( , ).

**2.** Las coordenadas de los vértices de la elipse. V( , ) y V´( , ).

**3.** Con las coordenadas del vértice, obtenemos el valor de **a=**

**4.** Mide con la regla el valor de **b=**

**5.** Calcula el valor de **c=**

**6.** Las coordenadas de los focos de la elipse. F( , ) y F´( , ).

**7.** La longitud del lado recto y la excentricidad. LLR= $\frac{2b^2}{a}$ e= $\frac{c}{a}$

**8.** La ecuación de la elipse en su forma ordinaria.