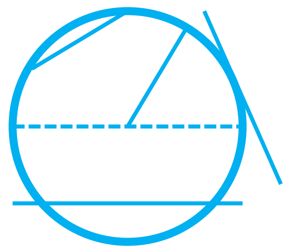
2.1 La circunferencia.

2.1.1 La circunferencia como lugar geométrico.

Para empezar a estudiar la circunferencia, es necesario tener presente algunos elementos que se encuentran relacionados con esta cónica.

En el siguiente esquema, anota sobre la línea el número que le corresponda a cada elemento.

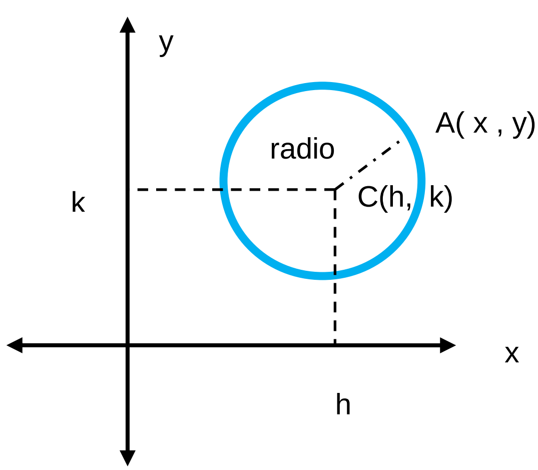


1. Centro.
2. Radio.
3. Diámetro.
4. Cuerda.
5. Secante.
6. Tangente.

La **circunferencia** es el **lugar geométrico** de todos los puntos cuyas distancias a un punto fijo dado (centro) es una constante (radio).

2.1.2 Ecuación ordinaria de la circunferencia.

Al punto fijo se le llama centro y sus coordenadas son (h, k) y a la constante se le llama radio r, como se muestra en la siguiente figura.



Sabemos que:

$d\overline{AC}$ = radio

d = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

r = $\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad tenemos:

Ecuación ordinaria.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en *C(-1, 4)* y *r = 3.*

Solución.
Como C(h, k)=(-1, 4) y r = 3, al sustituir los datos en la fórmula ordinaria de la circunferencia, se tiene:

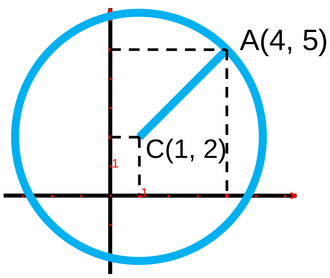
$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$[x-(-1)]^2 + (y-4)^2 = 3^2$

Por lo tanto la ecuación que se busca es:

$\mathbf{(x+1)^2 + (y-4)^2 = 9}$

Ejemplo 2.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por el punto A(4, 5) y su centro C(1,2).



$r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$

$r = \sqrt{(4-1)^2 + (5-2)^2}$

$r = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

$r = \sqrt{18}$

r = 4.24

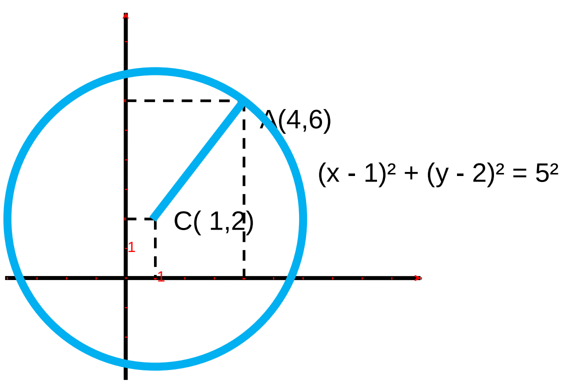
Por lo que la ecuación queda:

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$(x-1)^2+(y-2)^2= (4.24)^2$

$\mathbf{(x-1)^2+(y-2)^2= 18}$

Ejemplo 3.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por el punto A(4, 6) y su centro C(1, 2).



Solución.

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ Ecuación ordinaria

Ya tenemos h= 1, k= 2, para calcular el radio sabemos que:

$d\,\overline{AC} = r$

$r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$

$r = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2}$

$r = \sqrt{(3)^2 + (4)^2}$

$r = \sqrt{9+16}$

$r = \sqrt{25}$

r = 5

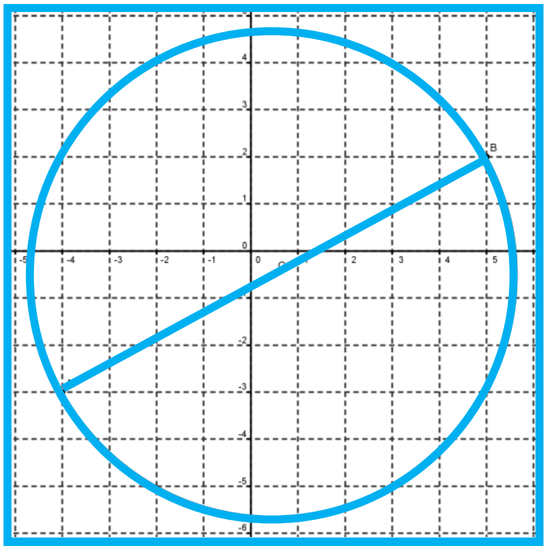
Por lo anterior tenemos que:

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$(x-1)^2+(y-2)^2= 5^2$

$\mathbf{(x-1)^2+(y-2)^2= 25}$

Ejemplo 4.
Los puntos A(-4, -3) y B(5, 2), son los extremos del diámetro de una circunferencia. Hallar su ecuación en su forma ordinaria.



Solución.

Primero, para hallar su ecuación ordinaria necesitamos conocer las coordenadas de su centro y el valor de su radio.

Sabemos que:

$$r = \frac{\overline{dAB}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{(5-(-4))^2 + (2-(-3))^2}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{(5+4)^2 + (2+3)^2}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{(9)^2 + (5)^2}}{2}$$

$$r = \frac{\sqrt{81+25}}{2}$$

$$r = 5.14$$

Segundo, también sabemos que el centro **C** es el punto medio del segmento $\overline{AB}$, por lo que:

h = Xm

k = Ym

Xm= $\frac{x_1 + x_2}{2}$

Xm= $\frac{5-4}{2}$ = $\frac{1}{2}$ = .05

h=0.5

Ym= $\frac{y_1 + y_2}{2}$

Xm= $\frac{-3+2}{2}$ = $-\frac{1}{2}$ = .05

k=-0.5

Por lo que su ecuación se obtiene:

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$(x-0.5)^2 + (y-(-0.5))^2 = (5.14)^2$

$(x-0.5)^2 + (y+0.5)^2 = (5.14)^2$

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en **C(-2, 3)** y **r =4.**

Ejercicio 2.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en **C(1, -7)** y **r =5.**

Ejercicio 3.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en **C(6, 0)** y **r =** $\sqrt{8}$ **.**

Ejercicio 4.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia que pasa por **A(2, -1)** y tiene su centro **C(-3, 2).**

Ejercicio 5.
Hallar la ecuación ordinaria de la circunferencia cuyos extremos de su diámetro son los puntos **A(-1, 3)** y **B(4, 2).**