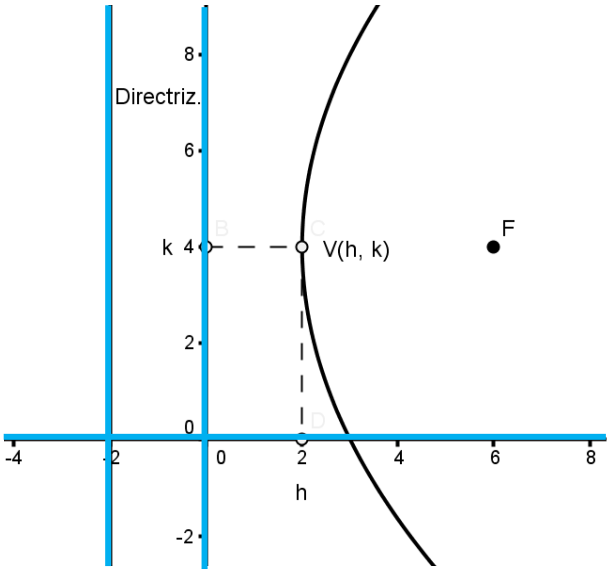
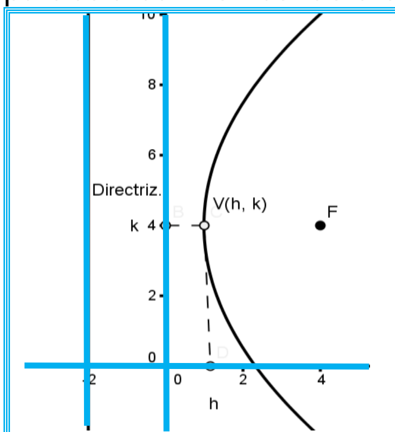
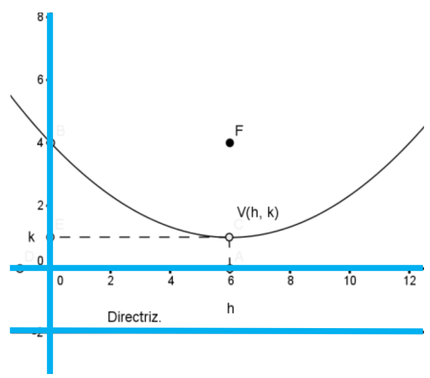
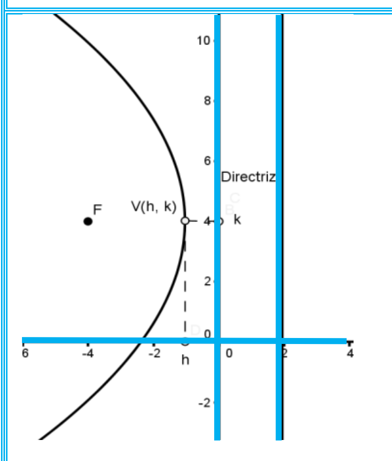
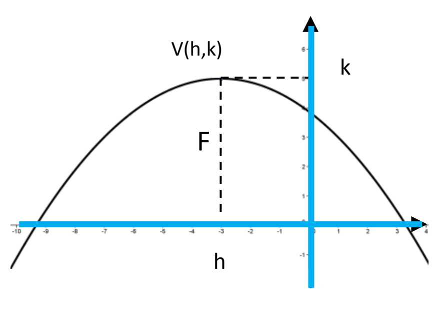
2.2.3 Ecuación ordinaria de la parábola con el vértice fuera del origen.

Si la parábola no tiene su vértice en el origen del sistema coordenado y lo tiene en el punto **V(h, k)** como se muestra en la siguiente figura:



La siguiente tabla muestra algunos puntos importantes y de la ecuación ordinaria de la parábola con vértice fuera del origen.

	$(y-k)^2= 4p(x-h)$ V(h, k) F(h+p, k) LLR=| 4p| Directriz x= h-p		$(x-h)^2= 4p(y-k)$ V(h, k) F(h, k+p) LLR=| 4p| Directriz y= k-p
	$(y-k)^2= -4p(x-h)$ V(h, k) F(h-p, k) LLR=| 4p| Directriz x=h+p		$(x-h)^2= -4p(y-k)$ V(h, k) F(h, k-p) LLR=| 4p| Directriz y= k+p

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.

Dada la ecuación de la parábola **$(y+3)^2 = -10(x-1)$**, encontrar las coordenadas del vértice, foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y graficar.

Si comparamos las siguientes ecuaciones tenemos que:

$(y+3)^2 = -10(x-1)$,

$(y-k)^2 = -4p(x-h)$

$-k = 3 \rightarrow k = -3$

$-h = -1 \rightarrow h = 1$

$-4p = -10 \quad p = \frac{-10}{-4}$ **$p = 2.5$**

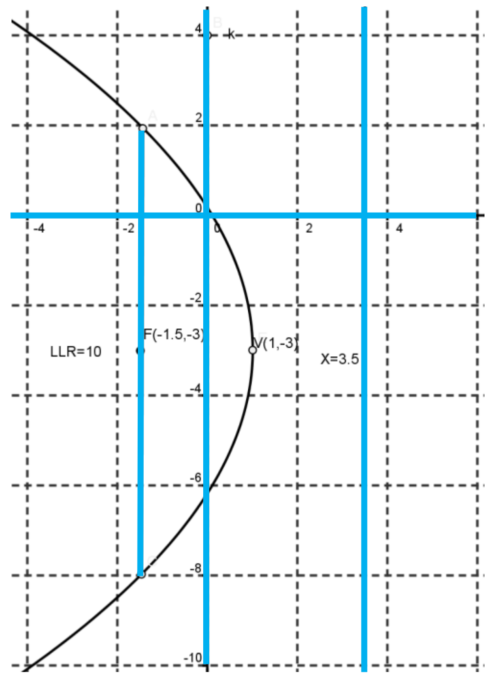
Por lo que:

$V(h, k) =$ **$V(1,-3)$**

$F(h-p, k) \quad F(1-2.5, -3) \quad F(-1.5, -3)$

$LLR = |4p| \quad LLR = |4(2.5)|$ **$LLR = 10$**

Directriz $x = h + p \quad x = 1+2.5 =$ **$x = 3.5$**



Ejemplo 2.

Dada la ecuación de la parábola **$(x+3)^2 = 8(y-5)$**, encontrar las coordenadas del vértice, foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y graficar.

Si comparamos las siguientes ecuaciones tendremos que:

$(x+3)^2 = 8(y-5)$

$(x-h)^2 = 4p(y-k)$

$-h = +3 \rightarrow h = -3$

$-k = -5 \rightarrow k = 5$

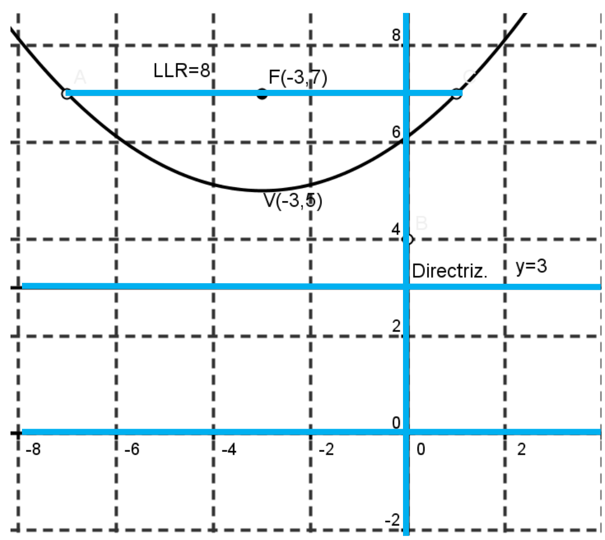
$4p = 8 \quad p = \frac{8}{4} = 2$

$V(h, k) = V(-3, 5)$

$F(h, k+p) = F(-3, 5+2) = F(-3, 7)$

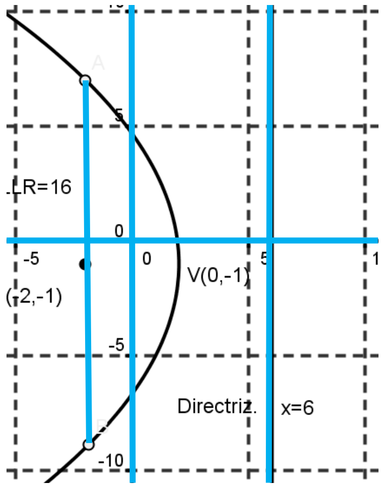
$LLR = |4(2)| = 8$

Directriz $y = k-p \quad y = 5-2 = \quad y = 3$



Ejemplo 3.

Obtener la ecuación de la parábola en su forma ordinaria cuyo foco **F(-2, -1)** y directriz la recta **x-6=0.**



Sabemos que el foco tiene coordenadas:

F(-2, -1)

F(h-p, k) por lo que:

h-p =-2------------1

k = -1

También la ecuación de la directriz es:

x =6

x = h + p   por lo que

h +p = 6 -------------2

Despejamos **h** de la ecuación 1.

h =-2 +p y la sustituimos en la ecuación 2.

h +p =6 pero   h =-2+p

-2 +p +p= 6

-2 +2p= 6

2p=6+2

p = 8/2=4

De la ecuación 1 obtenemos el valor de **h.**

h-p =-2

h =-2 +p pero p =4

h =-2+4=2

V(h, k)=   V(0, -1)

LLR =| 4p| = | 4(2)|=8

La ecuación será:

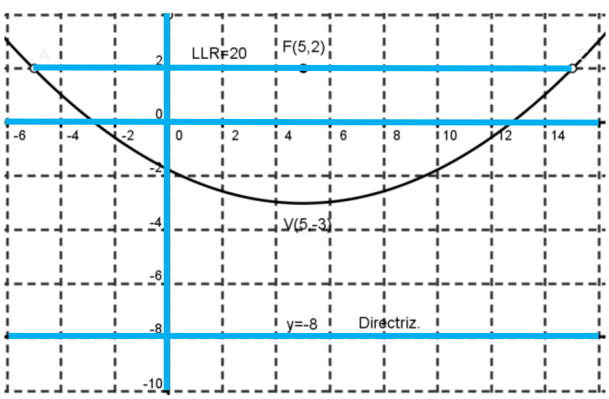
$(y-k)^2= -4p(x-h)$

$(y-(-1))^2= -4(4)(x-2)$

$\mathbf{(y+1)^2= -16(x-2)}$

Ejemplo 4.

Obtener la ecuación de la parábola en su forma ordinaria cuyo foco **F(5, 2)** y su vértice **V(5, -3)**.



Sabemos que el vértice tiene coordenadas:

V(5, -3)

V(h, k) por lo que:

h= 5

k =-3

También el foco tiene coordenadas:

F(5, 2)

F(h, k +p)

k+p =2 y k =-3 por lo que p se obtiene:

-3+p =2

p =2+3

p =5

por lo tanto la ecuación es:

$(x-h)^2= 4p(y-k)$

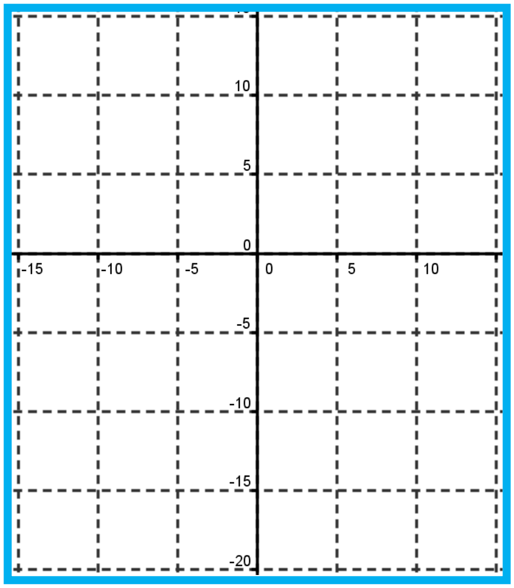
$(x-5)^2=4(5)(y-(-3))$

$\mathbf{(x-5)^2=20(y +3)}$

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1.

Dada la ecuación de la parábola **$(y+4)^2 = -16(x-2)$**, encontrar las coordenadas del vértice, foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y graficar.



Ejercicio 2.

Dada la ecuación de la parábola **$(x+5)^2 = 20(y-3)$**, encontrar las coordenadas del vértice, foco, la longitud del lado recto, la ecuación de la directriz y graficar.