

3.3. ECUACIONES SIMULTÁNEAS DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS.

Dos o más ecuaciones con dos incógnitas son simultáneas cuando satisfacen iguales valores de las incógnitas.

Para resolver ecuaciones de esta clase, es necesario obtener de las dos ecuaciones dadas una sola ecuación con una incógnita. Esta operación se llama eliminación.

3.3.1. MÉTODOS DE ELIMINACIÓN.

Son tres los **métodos de eliminación** más utilizados: Método de **igualación**, de **sustitución** y de **suma o resta**.

3.3.1.1. MÉTODO DE ELIMINACIÓN POR IGUALACIÓN.

Ejemplo.

Resolver el sistema $3x + 5y = 7 \dots\dots\dots 1$
 $2x - y = -4 \dots\dots\dots 2$

Despejamos cualquiera de las incógnitas; por ejemplo **x** en ambas ecuaciones.

Despejamos **x** en 1: $x = \frac{7-5y}{3}$ Despejamos **x** en 2: $x = \frac{-4+y}{2}$

Ahora igualamos entre si los dos valores de **x** que hemos obtenido: $\frac{7-5y}{3} = \frac{-4+y}{2}$

Ya tenemos una sola ecuación con una incógnita, **se eliminó la x**.

Resolvemos esta ecuación para obtener el valor de **y**.

$$\begin{aligned} 2(7-5y) &= 3(-4+y) \\ 14-10y &= -12+3y \\ -10y-3y &= -12-14 \\ -13y &= -26 \\ y &= \frac{-26}{-13} \\ y &= 2 \end{aligned}$$



Para encontrar el valor de **x**, se sustituye el valor de **y** en la ecuación más sencilla, obteniéndose:

$$\begin{aligned} 3x + 5y &= 7 \\ 3x + 5(2) &= 7 \\ 3x + 10 &= 7 \\ 3x &= 7 - 10 \\ x &= \frac{-3}{3} = -1 \end{aligned}$$

Resultado:
x = -1 y = 2

Para verificar si estos valores son correctos se deberá sustituir $x = -1$, $y = 2$ en las dos ecuaciones, ambas se convierten en identidad.

$3x + 5y = 7 \dots\dots\dots 1$	$2x - y = -4 \dots\dots\dots 2$
$3(-1) + 5(2) = 7$	$2(-1) - (2) = -4$
$-3 + 10 = 7$	$-2 - 2 = -4$
$7 = 7$	$-4 = -4$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de igualación.

1) $x + 6y = 27$

$7x - 3y = 9$

2) $x + 2y = 8$

$2x + y = 7$

3) $3x + 3y = -3$

$4x + y = 5$

4) $7x - 4y = 5$

$9x + 8y = 13$

$$\begin{aligned} 5) \quad & 9x+16y = 7 \\ & -3x+4y = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) \quad & 14x-11y = -29 \\ & -8x+13y=30 \end{aligned}$$

3.3.1.2. MÉTODO DE ELIMINACIÓN POR SUSTITUCIÓN.

Ejemplo.

Resolver el sistema $3x+4y=8$ 1
 $8x-9y=-77$ 2

Despejamos cualquiera de las incógnitas; por ejemplo **x** en una de las ecuaciones.

Despejamos **x** en 1: $x = \frac{8-4y}{3}$ Este valor de **x** se sustituye en la ecuación 2.

$$8\left(\frac{8-4y}{3}\right) - 9y = -77$$

Ahora ya tenemos una ecuación con una incógnita; hemos eliminado la **x**. Resolvemos esta ecuación:

$$\begin{aligned} 8\left(\frac{8-4y}{3}\right) - 9y &= -77 \\ \frac{64}{3} - \frac{32y}{3} - 9y &= -77 \\ -\frac{32y}{3} - 9y &= -77 - \frac{64}{3} \\ -\frac{59y}{3} &= -\frac{295}{3} \\ y &= \frac{-295}{-59} \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Para obtener **x** sustituimos el valor de **y** en cualquiera de las ecuaciones, por ejemplo en 1 se tiene:

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 8 \dots\dots\dots 1 \\ 3x + 4(5) &= 8 \\ 3x + 20 &= 8 \\ x &= \frac{8-20}{3} \\ x &= -4 \end{aligned}$$

Para verificar si estos valores son correctos se deberá sustituir $x=-4, y=5$ en las dos ecuaciones, ambas se convierten en identidad.

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de sustitución.

$$\begin{aligned} 1) \quad & 2x - 3y = -4 \\ & 3x + y = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & x + 2y = 8 \\ & 2x + y = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & x + 6y = 27 \\ & 7x - 3y = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & x + 3y = 6 \\ & 5x - 2y = 13 \end{aligned}$$

3.3.1.3. MÉTODO DE SUMA O RESTA.

Ejemplo.

Resolver el sistema $6x - 5y = -3$ 1
 $2x + 3y = 13$ 2

En este método se deberán hacer iguales los coeficientes de una de las incógnitas, esto con la finalidad de eliminar dicha incógnita.

Para este caso se observa que, si a la ecuación 2 la multiplicamos por -3 se podrán igualar y eliminar los coeficientes de la incógnita **x**, por lo que nos queda:

$$\begin{array}{r} 6x - 5y = -3 \text{.....1} \\ -6x - 9y = -39 \text{.....2} \\ \hline -14y = -42 \end{array} \qquad \begin{array}{l} y = \frac{-42}{-14} = 3 \\ y = 3 \end{array}$$

Para encontrar el valor de **x** se sustituye $y=3$ en cualquiera de las ecuaciones dadas, por ejemplo en la ecuación 2, se tiene:

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 13 \text{2} \\ 2x + 3(3) = 13 \\ 2x + 9 = 13 \\ x = \frac{13 - 9}{2} \\ x = 2 \end{array}$$

Para verificar si estos valores son correctos se deberá sustituir $x=2, y=3$ en las dos ecuaciones, ambas se convierten en identidad.

$$\begin{array}{ll} 6x - 5y = -3 \text{.....1} & 2x + 3y = 13 \text{.....2} \\ 6(2) - 5(3) = -3 & 2(2) + 3(3) = 13 \\ 12 - 15 = -3 & 4 + 9 = 13 \\ -3 = -3 & 13 = 13 \end{array}$$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método suma o resta.

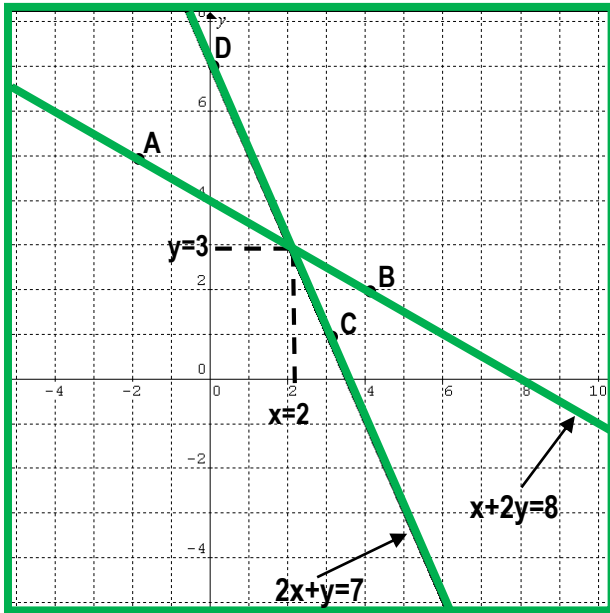
**1) $x + 2y = 8$
 $2x + y = 7$**

$$\begin{aligned} 2) \quad & 2x - 3y = -4 \\ & 3x + y = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & 4x + 5y = -7 \\ & 5x - 3y = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) \quad & x + 6y = 27 \\ & 7x - 3y = 9 \end{aligned}$$

Localizando los puntos A, B, C y D en un plano cartesiano, obtendremos la siguiente gráfica.



Conclusión: Este par de rectas tiene un solo punto de intersección (2,3) y esta es la única solución del sistema.

$$x=2$$

$$y=3$$

2) Hallar la solución del siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método gráfico.

$$2x - y = -7 \text{-----1}$$

$$4x - 2y = 5 \text{-----2}$$

Solución: Despejamos “y” en ambas ecuaciones.

Ecuación 1.

$$y = 7 + 2x$$

Si le damos valores a **x**.

$$\text{Si } x = -2$$

$$y = 7 + 2(-2) \quad y = 7 - 4 \quad y = 3$$

Coordenada **A(-2,3)**

$$\text{Si } x = 0$$

$$y = 7 + 2(0) \quad y = 7$$

Coordenada **B(0,7)**

Ecuación 2.

$$y = \frac{-5 + 4x}{2} \quad y = -\frac{5}{2} + 2x$$

Si le damos valores a **x**.

$$\text{Si } x = 0$$

$$y = -\frac{5}{2} + 2(0) \quad y = -\frac{5}{2} = -2.5$$

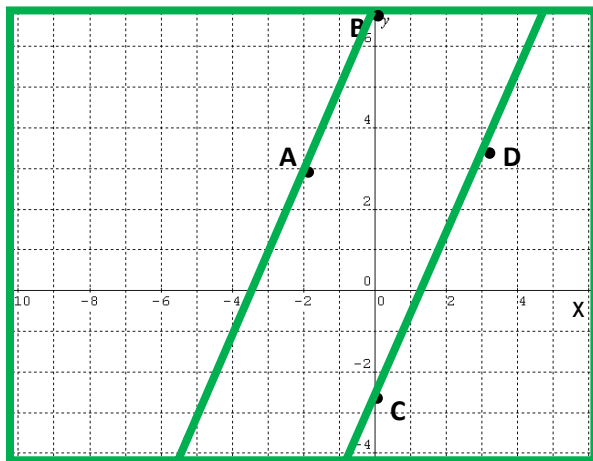
Coordenada **C(0,-2.5)**

$$\text{Si } x = 3$$

$$y = -\frac{5}{2} + 2(3) \quad y = -\frac{5}{2} + 6$$

Coordenada **D(3, 3.5)**

Localizamos los puntos A, B, C y D en el plano cartesiano, obteniéndose la siguiente gráfica.

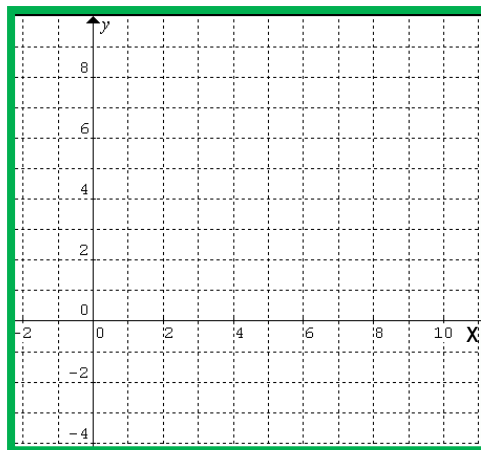


Conclusión: Este par de ecuaciones son paralelas, por lo que no existe un punto que satisfaga a las dos ecuaciones. El sistema no tiene solución.

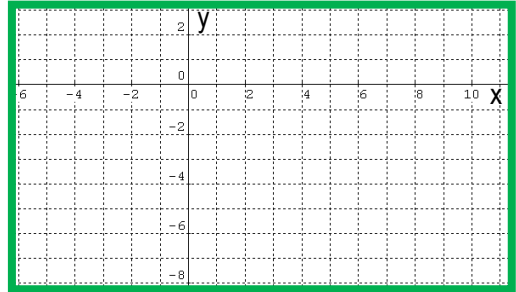
Ejercicios para resolver en clase.

Hallar la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico.

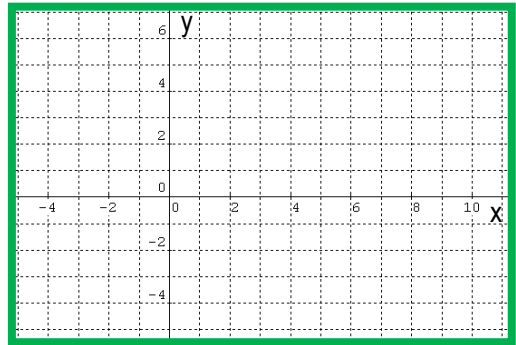
1) $x - y = 1$
 $x + y = 7$



$$2) \quad \begin{aligned} x - 2y &= 10 \\ 2x + 3y &= -8 \end{aligned}$$



$$3) \quad \begin{aligned} x + 3y &= 6 \\ 3x + 9y &= 10 \end{aligned}$$



Tarea de evaluación.

Hallar la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico.

$$1) \quad \begin{aligned} 2x + 2y &= -6 \\ x - 3y &= 5 \end{aligned}$$

