

2.3. FACTORIZACIÓN.

2.3.1. TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$.

Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ son trinomios como:

$$m^2 + 1m - 12 \quad a^2 - 8a - 15 \quad y^2 - 7y + 18 \quad x^2 + 5x + 6$$

En ellos que se cumplen las condiciones siguientes:

- 1) El coeficiente del primer término es 1.
- 2) El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.
- 3) El segundo término tiene la misma letra que el primero con exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
- 4) El tercer término es independiente de la letra que aparece en el 1° y 2° términos y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

Regla práctica para factorar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$.

- 1) El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es x , o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio.
- 2) En el primer factor, después de x se escribe el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo factor, después de x se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del 2° término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio.
- 3) Si los dos factores binomios tienen en medio signos iguales se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. Estos números son los segundos términos de los binomios.
- 4) Si los dos factores binomios tienen en medio signos distintos se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio, y el menor, el segundo término del segundo binomio.

Ejemplo 1. Factorizar $x^2 + 7x + 12$

El trinomio se descompone en dos binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de x^2 o sea x : $x^2 + 7x + 12 = (x \quad)(x \quad)$

En el primer binomio después de x se pone el signo $+$ porque el segundo término del trinomio $+7x$ tiene signo $+$. En el segundo binomio, después de x , se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo de $+7x$ por el signo de $+12$ y se tiene que $(+)(+)$ da $+$ o sea: $(x + \quad)(x + \quad)$
Ahora, como en estos binomios tenemos signos iguales buscamos dos números que sumados den 7 y cuyo producto sea 12. Estos números son 3 y 4, luego:

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 4)(x + 3)$$

Ejemplo 2. Factorizar $x^2 + 7x - 18$

En el primer binomio se pone el signo + porque $+7x$ tiene signo+

En el segundo término se pone - porque multiplicado por el signo de $+7x$ por el signo de -18 se tiene que (+) por (-) da (-): $x^2 + 7x - 18 = (x + \quad)(x - \quad)$

Ahora como en los binomios tenemos signos distintos, buscamos dos números que restados den 7 y cuyo producto sea 18. Estos dos números son 9 y 2, luego: $x^2 + 7x - 18 = (x+9)(x-2)$

Ejercicios para resolver en clase.

Factorizar las siguientes expresiones.

1) x^2+5x+6	2) $w^2+2w-24$
3) x^2+x-6	4) $z^2+7z+10$
5) $x^2+5x-36$	6) $x^2+3x-10$

2.3.2. TRINOMIO DE LA FORMA ax^2+bx+c .

En este tipo de trinomios el valor del primer término es distinto de 1, son trinomios de esta forma: $3x^2+6x+5$ $5m^2+4m-6$ $4w^2+3w-8$ $7z^2+5z+3$

FACTORIZACIÓN DE UN TRINOMIO DE LA FORMA ax^2+bx+c .

Ejemplo 1. Factorizar $6x^2 - 5x - 6$

Multiplicamos el trinomio por el coeficiente de x^2 que es 6 y dejando indicado el producto de 6 por $5x$ se tiene: $36x^2 - (6)5x - 36$

Pero $36x^2 = (6x)^2$ y $6(5x) = 5(6x)$, por lo que el trinomio se puede escribir: $(6x)^2 - 5(6x) - 36$

Descomponiendo este trinomio en dos binomios, el primer término de cada binomio será la raíz cuadrada de $(6x)^2$ o sea $6x$, quedando: $(6x - \quad)(6x + \quad)$, buscando dos números que restados de 5 y multiplicados de 36, estos números son 9 y 4.

Por lo que estos binomios quedan como: $(6x - 9)(6x + 4)$.

Como al principio multiplicamos el trinomio dado por 6, ahora tenemos que dividir entre 6, para no alterar el trinomio y tendremos: $\frac{(6x-9)(6x+4)}{6}$

Como ningún binomio es divisible por 6, descomponemos 6 en $(2)(3)$ y dividiendo $\frac{(6x-9)}{3}$

y $\frac{(6x+4)}{2}$ se tendrá: $\frac{(6x-9)}{3} \frac{(6x+4)}{2} = (2x-3)(3x+2)$

Finalmente $6x^2 - 5x - 6 = (2x - 3)(3x + 2)$

Ejemplo 2. Factorizar $10x^2 + 7x - 12$

Multiplicamos el trinomio por el coeficiente de x^2 que es 10 y dejando indicado el producto de 10 por $7x$ se tiene: $100x^2 + (10)7x - 120$

Pero $100x^2 = (10x)^2$ y $10(7x) = 7(10x)$, por lo que el trinomio se puede escribir: $(100x)^2 + 7(10x) - 120$

Descomponiendo este trinomio en dos binomios, el primer término de cada binomio será la raíz cuadrada de $(100x)^2$ o sea $10x$, quedando: $(10x + \quad)(10x - \quad)$, buscamos dos números que restados den 7 y multiplicados den 120, estos números son 15 y 8

Por lo que estos binomios quedan como:

$$(10x + 15)(10x - 8)$$

Como al principio multiplicamos el trinomio dado por 10, ahora tenemos que dividir entre 10, para no alterar el trinomio y tendremos:

$$\frac{(10x + 15)(10x - 8)}{10}$$

$$10$$

Como ningún binomio es divisible por 10, descomponemos 10 en (2)(5) y dividiendo $\frac{(10x+15)}{5}$ y $\frac{(10x-8)}{2}$ se tendrá: $\frac{(10x+15)}{5} \frac{(10x-8)}{2} = (2x+3)(5x-4)$

Finalmente $10x^2 + 7x - 12 = (2x+3)(5x-4)$

Ejercicios para resolver en clase.

Factorizar las siguientes expresiones.

1) $3x^2 - 5x - 2$	2) $2x^2 + 5x + 3$
3) $5x^2 + 13x - 18$	4) $5y^2 - 8y + 3$
5) $12x^2 - x - 6$	6) $4x^2 + 13x + 3$
7) $10a^2 + 11a + 3$	8) $8x^2 - 10x + 3$