1.3.5.3 Forma punto-punto de la ecuación de una recta.

Sean **A(x_1, y_1)** y **B(x_2, y_2)** dos puntos de la recta. Con estos dos puntos se puede obtener su pendiente:

$$m=\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Si sustituimos está pendiente en la ecuación $y-y_1= m (x - x_1)$, obtendremos la ecuación de la recta cuando se conocen dos puntos.

$$\boxed{y - y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)}$$

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.

Obtener la ecuación de la recta en su forma general que pasa por los puntos **A(-5,-3)** y **B(2, 4)**.

$$y-y_1= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$y-(-3)= \frac{4-(-3)}{2-(-5)} (x - (-5))$$

$$y + 3= \frac{4+3}{2+5} (x +5)$$

$$y + 3= 1 (x +5)$$

Como la piden en su forma general, se debe obtener de la siguiente manera.

$$Ax +By +C = 0$$

$$y + 3= x +5$$

$$-x + y +3-5=0$$

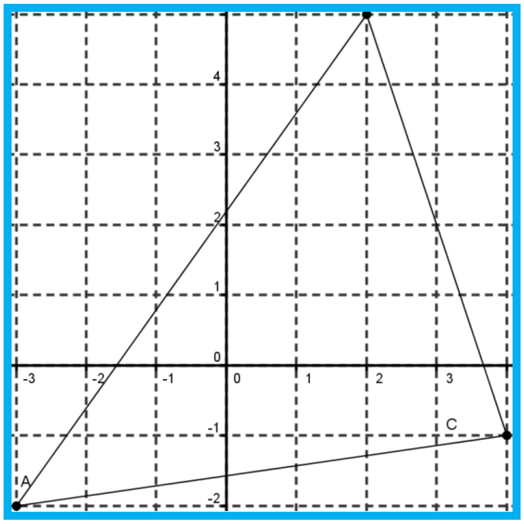
$$-x + y -2=0$$

Como el término A debe ser positivo multiplicamos por (-1) toda la ecuación.

$$\mathbf{x - y +2= 0}$$

Ejemplo 2.

Hallar y graficar las ecuaciones de las rectas (en su forma general) determinadas por los lados de un triángulo cuyos vértices son los puntos **A(-3, -2)**, **B(2, 5)** y **C(4, -1)**.



Como nos piden las ecuaciones en su forma general, se deben obtener con el siguiente orden.

Ax +By +C = 0

Ecuación de la recta AB.

$y-y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-(-2) = \frac{5-(-2)}{2-(-3)}(x - (-3))$

$y+2 = \frac{5+2}{2+3}(x+3)$

$y+2 = \frac{7}{5}(x+3)$

5(y +2)= 7(x +3)

5y+10=7x+21

-7x+5y+10-21=0

-7x+5y-11=0

7x-5y +11=0

Ecuación de la recta BC.

$y-y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-5 = \frac{-1-5}{4-2}(x - 2)$

$y-5 = \frac{-6}{2}(x-2)$

2(y -5)= -6(x -2)

2y-10=-6x+12

6x+2y-10-12=0

6x+2y-22=0 $\div 2$

3x +y-11=0

Ecuación de la recta AC.

$y-y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$y-(-2) = \frac{-1-(-2)}{4-(-3)}(x - (-3))$

$y+2 = \frac{-1+2}{4+3}(x+3)$

$y+2 = \frac{1}{7}(x+3)$

7(y +2)= 1(x +3)

7y+14= x +3

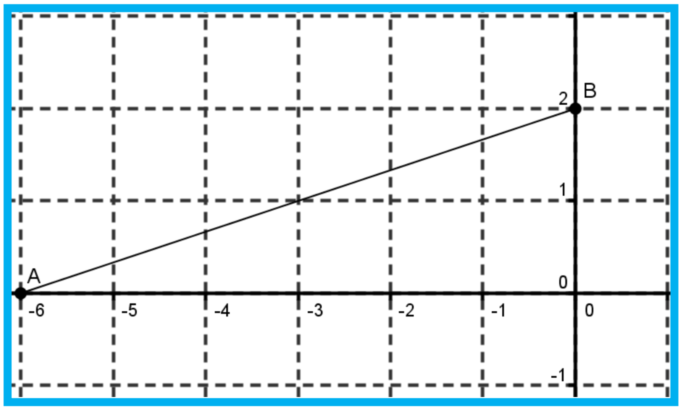
-x + 7y +14 -3=0

-x + 7y +11=0

x - 7y -11=0

Ejemplo 3.
Hallar la ecuación ordinaria de la recta cuyas intersecciones con los ejes **x = -6** e **y = 2**.

Primero graficamos para darnos una idea de lo que se solicita.



Como la recta corta en -6 en **x** y 2 en **y**, las coordenadas de los puntos son:

A(-6,0) y B(0,2)

Ecuación de la recta AB

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-0=\frac{2-0}{0-(-6)}(x-(-6))$$

$$y=\frac{2}{6}(x+6)$$

$$y=\frac{1}{3}(x+6)$$

$$3y=1(x+6)$$

$$3y=x+6$$

Como la ecuación debe ser ordinaria, se despeja **y**.

$$y=\frac{x+6}{3}$$

$$\mathbf{y=\frac{x}{3}+2}$$

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio1.
Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos **A(-4, 0)** y **B(2, 6)** en su forma general.

Ejercicio 2.
Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos **M(2, -3)** y **N(4, -5)** en su forma ordinaria.

Ejercicio 3.
Hallar la ecuación general de la recta cuyas intersecciones con los ejes **x = 4** e **y = -3**.