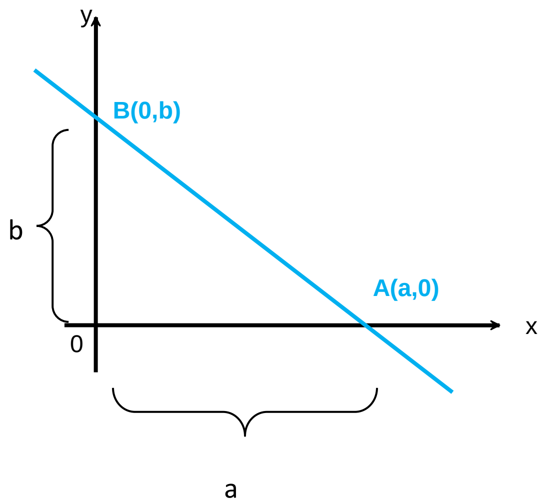
1.3.5.4 Ecuación de la recta en su forma simétrica.

La ecuación de una recta en su forma simétrica es aquella que está dada en términos de las distancias de los puntos de intersección de la recta al origen del sistema coordenado, como se muestra en la siguiente figura.



Cabe recordar que en una coordenada (x, y), **x** recibe el nombre de **abscisa**, **y** recibe el nombre de **ordenada**.

De acuerdo a la figura la ordenada al origen es **"b"** (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje **y**).

La abscisa al origen es **"a"** (distancia entre el origen y el punto de intersección de la recta con el eje **x**).

Si **A(a, 0)** y **B(0, b)** son dos puntos de la recta, al sustituirlos en la ecuación en su forma punto-punto tenemos que:

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-0=\frac{b-0}{0-a}(x-a)$$

$$y=\frac{b}{-a}(x-a)$$

Si multiplicamos por - a

$$-ay=\frac{-ab}{-a}(x-a)$$

$$-ay=b(x-a)$$

$$-ay=bx-ab$$

agrupando términos

$ab=bx+ay$ dividiendo entre ab

$$\frac{ab}{ab}=\frac{bx}{ab}+\frac{ay}{ab}$$

$$1=\frac{x}{a}+\frac{y}{b}$$

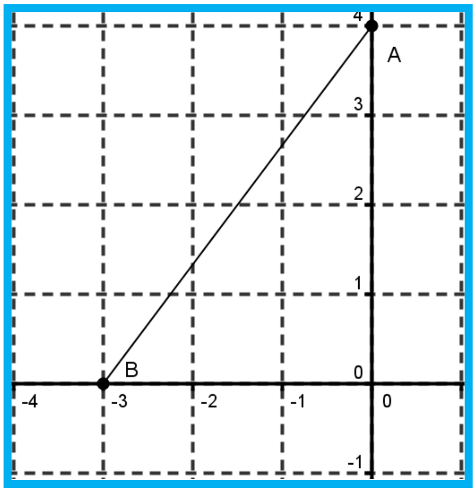
$$\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$$

Ecuación de la recta en forma simétrica.

Ejemplos resueltos.

Ejemplo 1.
Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya **abscisa al origen** es **-3** y la **ordenada al origen** es **4**.

Cabe recordar que la abscisa al origen es el punto de intersección de la recta con el eje **x** y la ordenada al origen es el punto de intersección de la recta con el eje **y**.



Entonces a= -3 y b= 4

Sustituyendo en la ecuación de la forma simétrica tendríamos que:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

$$-\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=1$$

Ejemplo 2.
Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya ecuación general es **2x -3y+12=0**.

Para obtener la ecuación simétrica, lo que debemos hacer es que el término independiente sea igual a 1.

2x -3y = -12

Dividimos entre -12 toda la ecuación.

$$-\frac{2x}{12}+\frac{3y}{12}=+\frac{12}{12} \qquad -\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$$

Ejemplo 3.

Pasar a la forma simétrica la siguiente ecuación **5x -2y -10 = 0**.

Para obtener la ecuación simétrica, lo que debemos hacer es que el término independiente sea igual a 1.

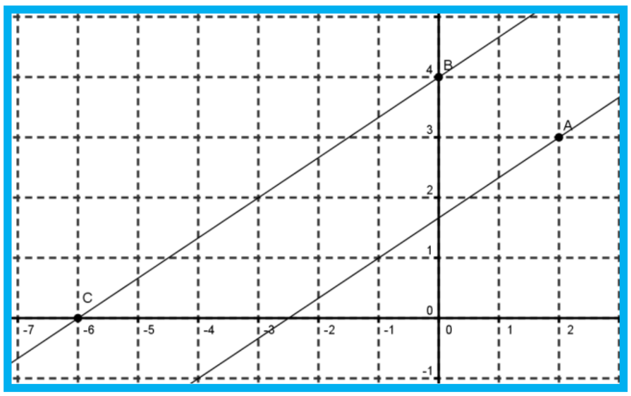
$5x - 2y = 10$

Dividimos entre 10 toda la ecuación.

$$\frac{5x}{10} - \frac{2y}{10} = \frac{10}{10} \qquad \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1$$

Ejemplo 4.

Hallar la ecuación de la recta en su forma simétrica que pasa por el punto **B(2, 3)** y es paralela a la recta $\frac{x}{6} - \frac{y}{4} = -1$.



Solución:

Primero recordemos que dos rectas son paralelas cuando sus pendientes son iguales, por lo que debemos de pasar esta ecuación a su forma ordinaria para conocer su pendiente.

$$\frac{x}{6} - \frac{y}{4} = -1$$

Multiplicamos por 24 (producto de sus denominadores) toda la ecuación para que no quede en forma de fracciones.

$$\frac{24x}{6} - \frac{24y}{4} = -1(24)$$

4x - 6y= - 24

La pasamos a su forma ordinaria.

- 6y= -4x – 24

$$y = \frac{-4x}{-6}\frac{-24}{-6}$$

$$y = \frac{4x}{6} + 4$$

Por lo tanto m = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Ahora como ya tenemos un punto B(2,3) y su pendiente m = $\frac{2}{3}$

Aplicamos la fórmula.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2)$$

$$3(y - 3) = 2(x - 2)$$

$$3y - 9 = 2x - 4$$

Ordenamos términos.

-2x +3y=5

Dividimos entre 5 toda la ecuación.

$$-\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{\frac{5}{3}} = 1 \qquad \boxed{-\frac{2x}{5} + \frac{3y}{5} = 1}$$

Ejercicios para resolver en clase.

Ejercicio 1. Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya **abscisa** al origen es **5** y la **ordenada** al origen es **-3**.

Ejercicio 2. Hallar la ecuación simétrica de la recta cuya ecuación general es **5x -6y +30 =0**.

Ejercicio 3. Pasar a la forma simétrica la siguiente ecuación ordinaria **y =** $\frac{1x}{2} + 4$