

2.1.4. MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS.

La multiplicación es una operación que tiene por objeto, dadas dos cantidades llamadas **multiplicando** y **multiplicador**, hallar una tercera cantidad, llamada **producto**, que sea respecto del multiplicando, en valor absoluto y signo, lo que el multiplicador es respecto de la unidad positiva.

El multiplicando y multiplicador son llamados **factores del producto**.

Al multiplicar dos cantidades hay que considerar el signo de cada una de ellas, para saber cuál será el signo del producto se tomará en cuenta lo siguiente.

(+) por (+) = + que se lee “más por más igual a más”

(+) por (-) = - que se lee “más por menos igual a menos”

(-) por (+) = - que se lee “menos por más igual a menos”

(-) por (-) = + que se lee “menos por menos igual a más”

En conclusión tenemos que:

- ✓ Al multiplicar signos iguales el producto es positivo
- ✓ Al multiplicar signos distintos el producto es negativo

Producto de potencias de la misma base.

El resultado es una potencia con la misma base y como exponente la suma de los exponentes de las potencias que se multiplican.

$$(b^m)(b^n) = b^{m+n}$$

Ley de los coeficientes.

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores.

REGLA PARA MULTIPLICAR DOS POLINOMIOS.

Se multiplican todos los términos del multiplicando por cada uno de los términos del multiplicador, teniendo en cuenta la ley de los signos, el producto de potencias de la misma base y la reducción de términos semejantes.

Ejemplos resueltos.

Efectuar la multiplicación de los siguientes polinomios.

Ejemplo 1.

Multiplicar $6m-2n$ por $-4m+5n$

$$\begin{array}{r} 6m - 2n \\ +4m + 5n \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24m^2 - 8mn \\ +30mn - 10n^2 \\ \hline \end{array}$$

$$24m^2 + 22mn - 10n^2$$

Ejemplo 3.

Multiplicar $3x^2+4xy+y^2$ por $+6x^2-3y^2$

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 4xy + y^2 \\ +6x^2 - 3y^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18x^4 + 24x^3y + 6x^2y^2 \\ -9x^2y^2 - 12xy^3 - 3y^4 \\ \hline \end{array}$$

$$18x^4 + 24x^3y - 3x^2y^2 - 12xy^3 - 3y^4$$

Ejemplo 2.

Multiplicar $a+2b-3c$ por $-3a+5b$

$$\begin{array}{r} a + 2b - 3c \\ -3a + 5b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3a^2 - 6ab + 9ac \\ +5ab + 10b^2 - 15bc \\ \hline \end{array}$$

$$-3a^2 - ab + 9ac + 10b^2 - 15bc$$

Ejemplo 4.

Multiplicar $ax-ay-az$ por $5az-8ay-3ax$

$$\begin{array}{r} ax - ay - az \\ -3ax - 8ay + 5az \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3a^2x^2 + 3a^2xy + 3a^2xz \\ -8a^2xy + 8a^2y^2 + 8a^2yz \\ +5a^2xz - 5a^2yz - 5a^2z^2 \\ \hline \end{array}$$

$$-3a^2x^2 - 5a^2xy + 8a^2xz + 8a^2y^2 + 3a^2yz - 5a^2z^2$$

Ejercicios para resolver en clase.

Efectuar la multiplicación de los siguientes polinomios.

1) $5x-7y$ por $5y-2x$

2) $2x^4-3x^3+1$ por $x+3$

3) $2a-4b+5c$ por $-3a-6b$

4) $3m-4n+5$ por $-3m-4n$

5) $3m^2+4mn+2n^2$ por $m-n$

6) m^3-m^2+m-2 por $am+a$

7) x^2+xy+y^2 por $x-y$

8) $+5x^2+4xy-5y^2$ por $-3x+6y$

División de monomios.

Para dividir monomios aplicamos la regla de los signos de la división y las leyes de los exponentes.

Ejemplos.

Dividir $6x$ entre 2

$$\frac{6x}{2} = 3x$$

Dividir $12m^3$ entre $3m^2$

$$\frac{12m^3}{3m^2} = 4m^{3-2} = 4m$$

Dividir $-30x^4y^3$ entre $6xy$

$$\frac{-30x^4y^3}{6xy} = -5x^{4-1}y^{3-1} = -5x^3y^2$$

División de un polinomio entre un monomio.

Para dividir un polinomio entre un monomio se divide cada término del polinomio entre el monomio.

Ejemplo 1. Dividir $3x^2y^3 - 6a^2x^4$ entre $-3x^2$

$$\frac{3x^2y^3 - 6a^2x^4}{-3x^2} = \frac{3x^2y^3}{-3x^2} - \frac{6a^2x^4}{-3x^2} = -x^{2-2}y^3 + 2a^2x^{4-2} = -y^3 - 2a^2x^2$$

Ejemplo 2. Dividir $4x^8 + 10x^6 - 8x^4$ entre $2x^5$

$$\frac{4x^8 + 10x^6 - 8x^4}{2x^5} = \frac{4x^8}{2x^5} + \frac{10x^6}{2x^5} - \frac{8x^4}{2x^5} = 2x^{8-5} + 5x^{6-5} - 4x^{4-5} = 2x^3 + 5x - 4x^{-1} = 2x^3 + 5x - \frac{4}{x}$$

Ejemplo 3. Dividir $6m^3 - 3m^2n + 20mn^2$ entre $-2m$

$$\frac{6m^3 - 3m^2n + 20mn^2}{-2m} = \frac{6m^3}{-2m} - \frac{3m^2n}{-2m} + \frac{20mn^2}{-2m} = -3m^{3-1} + \frac{3m^{2-1}n}{2} - 10m^{1-1}n^2 = -3m^2 + \frac{3mn}{2} - 10n^2$$

División de dos polinomios.

La división de dos polinomios se verifica mediante la siguiente regla:

- Se ordena el dividendo y el divisor con relación a una misma letra.
- Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y tendremos el primer término del cociente.
- Este primer término del cociente se multiplica por todo el divisor y el producto se resta del dividendo, para lo cual se le deberá cambiar de signo, escribiendo cada término debajo de su semejante. Si no existe término semejante en el dividendo se escribe en el lugar que le corresponda de acuerdo con la ordenación del dividendo y el divisor.
- Se divide el primer término del resto entre el primer término del divisor y tendremos el segundo término del cociente. Se repite el paso anterior y así sucesivamente hasta que el residuo sea cero.

Ejemplos resueltos.

Dividir $x^2 - 20 + x$ entre $x + 5$

$$\begin{array}{r} x - 4 \\ x + 5 \overline{) x^2 + x - 20} \\ \underline{-x - 5x} \\ -4x - 20 \\ \underline{+4x + 20} \\ 0 \end{array}$$

Dividir $x^4 - 9x^2 + 3 + x$ entre $x + 3$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 + 1 \\ x + 3 \overline{) x^4 - 9x^2 + x + 3} \\ \underline{-x^4 - 3x^3} \\ -3x^3 - 9x^2 + x + 3 \\ \underline{+3x^3 + 9x^2} \\ x + 3 \\ \underline{-x - 3} \\ 0 \end{array}$$

Nota: En el dividendo, después de x^4 se deja un espacio, ya que falta el término cúbico.

Dividir $x^5 + 12x^2 + 5x$ entre $x^2 + 2x + 5$

$$\begin{array}{r} -x^3 + 2x^2 + x \\ x^2 + 2x + 5 \overline{) -x^5 } \\ \underline{+x^5 + 2x^4 + 5x^3} \\ 2x^4 + 5x^3 + 12x^2 + 5x \\ \underline{-2x^4 - 4x^3 - 10x^2} \\ x^3 + 2x^2 + 5x \\ \underline{-x^3 - 2x^2 - 5x} \\ 0 \end{array}$$

Nota: En el dividendo, después de $-x^5$ se dejan dos espacios, ya que faltan los términos a la cuarta y cubico.

Ejercicios para realizar en clase.

Efectuar la división de los siguientes polinomios:

1) $x^3 - 4x^2 + 3x + 6$ entre x

2) $15a^3 - 5ab - 10a^2b^2$ entre $-5ab$

3) $a^2 - 2a - 3$ entre $a + 1$

4) $m^2 - 11m + 30$ entre $m - 6$

5) $x^2 - 8x + 15$ entre $x - 3$

6) $14x^2 + 22x - 12$ entre $7x - 3$

