

1.2.1. SUMA DE NÚMEROS ENTEROS.

En los siguientes ejemplos se muestra como realizar la suma de números enteros.

- 1) Si tengo en mi bolsillo \$50 y en la cartera tengo \$350 en total tengo la cantidad de \$400
Esto es: $\$50 + \$350 = \$400$
- 2) Si debo a un amigo \$80 y a otro amigo \$30, en total debo la suma de \$110.
Esto es: $-\$80 - \$30 = -\$110$
- 3) En el laboratorio de química hay un frasco que contiene 800 gr de glicerina, si se gastaron 300 gr esta semana, por lo que en el frasco quedan 500 gr.
Esto es: $800\text{gr} - 300\text{gr} = 500\text{gr}$
- 4) Un submarino se sumergió a una profundidad de 50 m, después subió 20 m y volvió a descender 10 m y finalmente subió 5 m, por lo que la profundidad a la que se encuentra es de -35 m. Esto es: $-50+20 - 10+5 = -35\text{m}$ sumergido
- 5) Un equipo de futbol americano tuvo los siguientes movimientos avanzo 20 yardas, retrocedió 4 yardas y finalmente avanzo 40 yardas. ¿Cuánto avanzó o retrocedió en total dicho equipo? 56 yardas. Esto es: $+20 - 4 + 40 = 56$ yardas.

REGLAS PARA SUMAR NÚMEROS ENTEROS.

De los ejemplos anteriores deducimos las siguientes reglas:

- 1) Para sumar números enteros positivos, se suma el valor absoluto de cada uno de ellos y al resultado se le antepone el signo (+) más.
- 2) Para sumar números enteros negativos, se suma el valor absoluto de cada uno de ellos y al resultado se le antepone el signo (-) menos.
- 3) Para sumar dos números enteros de distinto signo, es decir uno positivo y el otro negativo, se resta el valor absoluto de cada uno de ellos y a la diferencia se le antepone el signo del número que tenga mayor valor absoluto.
- 4) Para sumar varios números enteros, se suman separadamente los números positivos y los números negativos, después se restan los valores absolutos de ambas sumas, y a la diferencia se le antepone el signo del número que tenga mayor valor absoluto.

PROPIEDADES DE CAMPO PARA LA SUMA O ADICIÓN.

Propiedad.	Simbolización.	Ejemplo.
Conmutativa	Si a y b son números enteros, entonces: $a + b = b + a$	$+ 3 - 4 = - 4 + 3 = -1$
Asociativa	Si a , b y c son números enteros entonces: $(a + b) + c = a + (b + c)$	$(4 + 2) + 5 = 4 + (2 + 5) = 11$ $(5 - 6) + 3 = 5 + (-6 + 3) = 2$
Elemento neutro aditivo	Si a es un número entero, entonces: $a + 0 = 0 + a$ $a = a$	$-8 + 0 = - 8$
Inverso aditivo	Para todo número entero a Existe su opuesto, tal que: $a + (-a) = 0$	$9 + (- 9) = 0$

Ejemplos resueltos.

Realiza las siguientes operaciones con números enteros.

Ejemplos.	Observaciones.
1) $+ 5 + 10 = 15$	Como los dos números son positivos, se suma el valor absoluto de cada uno de ellos y al resultado se le antepone el signo más.
2) $- 3 - 7 = - 10$	Como los dos números son negativos, se suma el valor absoluto de cada uno de ellos y al resultado se le antepone el signo menos.
3) $+ 16 - 7 = + 9$ 4) $- 9 + 6 = - 3$	Como los dos números son de distinto signo se restan los valores absolutos de cada uno de ellos y a la diferencia se le antepone el signo del número mayor en valor absoluto.
5) $+ 9 - 3 + 2 - 6 = + 2$	Como son varios números, se suman separadamente los números positivos y los números negativos, después se restan los valores absolutos de ambas sumas, y a la derecha se le antepone el signo del número mayor en valor absoluto.

Ejercicios para resolver en clase.

Realizar la suma de los siguientes números enteros.

1) $+4 + 3 =$

6) $-5 + 3 - 2 =$

11) $-3 + 9 - 2 =$

2) $8 - 9 =$

7) $-2 + 6 - 4 + 7 =$

12) $-2 - 6 - 4 + 8 =$

3) $-3 - 9 =$

8) $-3 + 7 - 4 + 3 =$

13) $3 + 9 - 8 + 1 =$

4) $+4 - 4 =$

9) $-9 + 6 + 4 - 2 =$

14) $-5 + 6 + 3 - 7 =$

5) $-3 - 6 =$

10) $+2 - 4 + 6 - 9 =$

15) $+8 - 4 + 3 - 5 =$

Tarea de evaluación.

Realizar la suma de los siguientes números enteros.

1) $3 + 7 =$

6) $-8 + 8 =$

11) $-3 + 5 =$

2) $-3 + 6 =$

7) $-16 + 22 =$

12) $-17 + 35 =$

3) $-11 - 8 =$

8) $-3 + 4 + 7 =$

13) $-23 + 4 + 17 =$

4) $-4 + 9 =$

9) $-5 + 3 - 9 + 4 =$

14) $5 + 13 - 8 + 14 =$

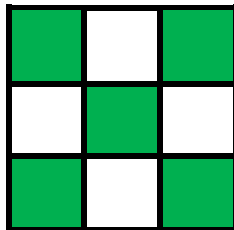
5) $-6 - 3 =$

10) $-3 + 5 - 2 + 3 =$

15) $-23 + 4 - 22 + 9 =$

Cuadro mágico para la suma.

Acomoda los números del **1 al 9** sin repetir alguno en el siguiente recuadro, de manera que la suma de cualquier renglón, columna o diagonal sea 15.



1.2.2. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La sustracción es la operación inversa a la adición. Los elementos que intervienen en una sustracción son:

a	$-$	b	$=$	c
Minuendo		Sustraendo		Resta o diferencia

Para efectuar la sustracción de dos números enteros, se busca un número que sumado con el sustraendo nos dé el minuendo; esto equivale a transformar la sustracción en una adición, sumando al minuendo el inverso aditivo del sustraendo.

Nota. Recuerde que todo paréntesis precedido del signo menos se puede suprimir cambiando el signo a los términos que encierra.

Ejemplos resueltos.

Efectuar la sustracción de los números enteros que se muestran a continuación.

- | | |
|-------------------------------|--|
| 1) $8 - (+5) = 8 - 5 = 3$ | 6) $+8 - (+7) = 8 - 7 = +1$ |
| 2) $+4 - (-10) = 4 + 10 = 14$ | 7) $7 - (-3) = 7 + 3 = 10$ |
| 3) $-3 - (-2) = -3 + 2 = -1$ | 8) $-6 - (-4) = -6 + 4 = -2$ |
| 4) $-7 - (-8) = -7 + 8 = 1$ | 9) $5 - (-3+2) = 5 + 3 - 2 = 8 - 2 = 6$ |
| 5) $-5 - (+3) = -5 - 3 = -8$ | 10) $-10 - (-7-6+3-5) = -10 + 7 + 6 - 3 + 5 = 18 - 13 = 5$ |

Ejercicios para realizar en clase.

Efectuar la sustracción de los números enteros que se muestran a continuación.

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $9 - (+3) =$ | 11) $59 - (+3) =$ |
| 2) $4 - (-2) =$ | 12) $14 - (-22) =$ |
| 3) $-5 - (+3) =$ | 13) $-35 - (+43) =$ |
| 4) $-7 - (-9) =$ | 14) $-17 - (-29) =$ |
| 5) $-20 - (-10) =$ | 15) $-70 - (-10) =$ |
| 6) $(-3+2) - (+7-2) =$ | 16) $(-4+2) - (+5-2) =$ |
| 7) $(5-3) - (+7-2) =$ | 17) $(8-3) - (-5-2) =$ |
| 8) $(-9+3) - (6-4) =$ | 18) $(-9+6) - (4-6) =$ |
| 9) $(6+4) - (-3-2+5) =$ | 19) $(36+4) - (-13-2+3) =$ |
| 10) $(7-2) - (-6+4-3) =$ | 20) $(27-12) - (-36+4-30) =$ |

1.2.3. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La multiplicación de números enteros puede considerarse como una suma simplificada, porque si multiplicamos dos números, uno de ellos nos indica el número de veces en que se repite el otro como sumando, por ejemplo:

$$(3)(6)=18$$

El factor “3” indica el número de veces que se va a sumar el otro factor “6”, y se puede expresar de la siguiente forma:

$$(3)(6)= 6+6+6=18$$

Ejemplo 1. En un batallón hay 10 filas de soldados y en cada fila hay 15 soldados. Para saber el total de soldados en este batallón lo podríamos representar así:

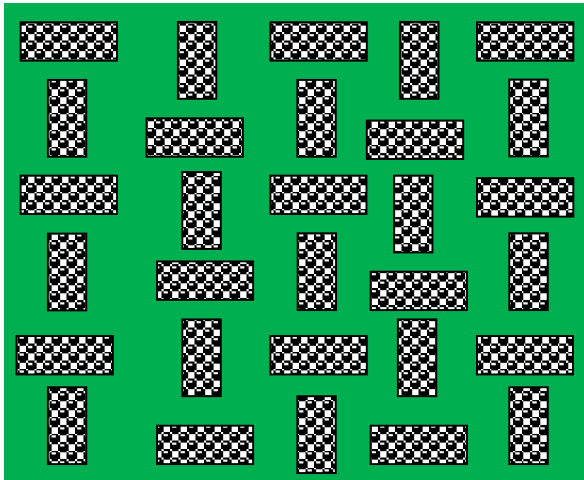
$$(15)(10)= 150$$

Soldados filas Soldados en total.

Si lo representamos como una suma:
 $15+15+15+15+15+15+15+15+15+15= 150$



Ejemplo 2. El adorno de un mueble está integrado por rectángulos de madera de 3cm de ancho por 10cm de largo si se acomodan como se muestra en la siguiente figura:



Si en cada columna hay 6 rectángulos y en cada renglón hay 5 rectángulos.

¿Cuántos rectángulos forman el adorno?

$$(6)(5)= 30 \text{ rectángulos.}$$

Si se representa como una suma repetitiva (iteración).

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 =30 \text{ rectángulos.}$$

Por lo anterior podemos concluir que la multiplicación es una suma simplificada.

PROPIEDADES DE CAMPO DE LA MULTIPLICACIÓN.

Propiedad.	Enunciado.	Ejemplo.
Conmutativa	Si a y b son números enteros entonces: $(a)(b) = (b)(a)$	$(6)(3) = (3)(6)$ $18 = 18$
Asociativa	Si a , b y c son números enteros, entonces: $\{(a)(b)\}(c) = (a)\{(b)(c)\}$	$\{(3)(4)\}(6) = (3)\{(4)(6)\}$ $(12)(6) = (3)(24)$ $72 = 72$
Distributiva	Si a , b y c son números enteros, entonces: $(a)(b+c) = \{(a)(b)\} + \{(a)(c)\}$	$3(5+4) = (3)(5) + (3)(4)$ $3(9) = 15+12$ $27 = 27$
Elemento neutro	Si a es un número entero, entonces: $(a)(1) = (1)(a) = a$	$(-3)(1) = -3$
Multiplicativa de cero	Si a es un número entero, entonces: $(a)(0) = (0)(a) = 0$	$(-3)(0) = 0$

Al multiplicar dos cantidades hay que considerar el signo de cada una de ellas, para saber cuál será el signo del producto se tomará en cuenta la siguiente regla.

Regla de los signos para la multiplicación.

- (+) por (+) = + que se lee “más por más igual a más”
- (+) por (-) = - que se lee “más por menos igual a menos”
- (-) por (+) = - que se lee “menos por más igual a menos”
- (-) por (-) = + que se lee “menos por menos igual a más”

En conclusión tenemos que:

- 1) Al multiplicar signos iguales el producto es positivo.
- 2) Al multiplicar signos distintos el producto es negativo.

Ejemplos resueltos.

Efectuar la multiplicación para los siguientes números enteros.

- | | |
|-----------------------|-----------------------------------|
| 1) $(+3)(+4) = 12$ | 6) $(-8)(8) = -64$ |
| 2) $(+5)(-6) = -30$ | 7) $(3)(4+3) = 3(7) = 21$ |
| 3) $(+6)(+7) = 42$ | 8) $(-5)(-2)(-8) = -80$ |
| 4) $(15)(-12) = -180$ | 9) $(-3)(4+6-2) = (-3)(8) = -24$ |
| 5) $(-7)(-13) = 91$ | 10) $(-3+8)(3-7) = (5)(-4) = -20$ |

Ejercicios para resolver en clase.

Efectuar la multiplicación para los siguientes números enteros.

1) $(7)(5)=$

2) $(10)(-3)=$

3) $(-6)(-9)=$

4) $(-10)(0)=$

5) $(-3)(-1)=$

6) $(-9)(8)=$

7) $(15)(8)=$

8) $(-5+3)(4)(-5)=$

9) $(-9+6)(8-3)=$

10) $(-2+7)(3-9)=$

11) $(6-9)(8-4)=$

12) $(-8+15)(11-2)=$

13) $(-9+3)(-4)(-15)=$

14) $(-3+6)(2-3)=$

15) $(-4+17)(23-9)=$

Tarea de evaluación.

Efectuar la multiplicación para los siguientes números enteros.

1) $(-6)(-2)=$

2) $(-3)(-7)(-4)=$

3) $(5)(2)(4)=$

4) $(6)(-3)(-7)=$

5) $(-2)(-3+4+1)=$

6) $(7)(2+3-9)=$

7) $(5-4)(3+2)=$

8) $(-9+3)(6-11)=$

9) $(-10+2)(0)=$

10) $(-6+3)(-5+9-4)=$

11) $(5)(-2+4-9)=$

12) $(9-4)(-8+2)=$

13) $(-3+7)(-5-11)=$

14) $(-19+2)(0-3)=$

15) $(-7+2)(-6+3-2)=$

1.2.4. DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La división es considerada como una operación inversa a la multiplicación, es decir, la división es una proposición, donde se conoce el producto de dos factores de números enteros, conociendo uno de ellos y desconociendo al otro, por ejemplo:

$$(5) () = 30$$

Para encontrar el factor que falta se recurre a la división, es decir, ambos lados de la igualdad se deben dividir entre el factor conocido, en este caso entre 5, por lo que queda de la siguiente manera:

$$\frac{(5)()}{5} = \frac{30}{5} \text{ Que se expresa como } () = \frac{30}{5} \text{ por lo que el factor desconocido es 6, ya que:}$$

$$(5) () = 30 \quad \text{al sustituir el valor del factor desconocido tenemos} (5) (6) = 30$$

En la división para saber el signo del resultado se deberá aplicar una regla parecida a la de la multiplicación tal como se muestra en la siguiente tabla.

Regla de signos para la división.

$\frac{+}{+} = +$	Que se lee “más entre más es igual a más”
$\frac{+}{-} = -$	Que se lee “más entre menos es igual a menos”
$\frac{-}{+} = -$	Que se lee “menos entre más es igual a menos”
$\frac{-}{-} = +$	Que se lee “menos entre menos es igual a más”

Ejemplos resueltos.

Efectuar la división de los siguientes números enteros.

$$1) \frac{25}{-5} = -5$$

$$6) \frac{+5}{-4} = -1.25$$

$$2) \frac{-30}{-10} = +3$$

$$7) \frac{(5)(-6)}{-2} = \frac{-30}{-2} = 15$$

$$3) \frac{+6}{+2} = +3$$

$$8) \frac{(4)(-3)}{(7)(-6)} = \frac{-12}{-42} = +\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$4) \frac{-100}{4} = -25$$

$$9) \frac{(-5+4)}{(-9-6)} = \frac{-1}{-15} = +\frac{1}{15}$$

$$5) \frac{0}{7} = 0$$

$$10) \frac{(-2)(-3+4)}{(-4)(-3-2)} = \frac{(-2)(+1)}{(-4)(-5)} = \frac{-2}{+20} = -\frac{1}{10}$$

Ejercicios para resolver en clase.

Efectuar la división de los siguientes números enteros.

$$1) \frac{9}{-3} =$$

$$6) \frac{(3)(-2)}{-3} =$$

$$11) \frac{(6)(-5)}{-3} =$$

$$2) \frac{-20}{-5} =$$

$$7) \frac{(-6)(-3)}{(-2)(5)} =$$

$$12) \frac{(16)(-2)}{(-2)(4)} =$$

$$3) \frac{+125}{-5} =$$

$$8) \frac{(-6-3)}{(-2+3)} =$$

$$13) \frac{(-5-3)}{(-7+5)} =$$

$$4) \frac{-8}{-6} =$$

$$9) \frac{(2)(-5+3)}{(-3)(-4+6)} =$$

$$14) \frac{(-4)(-6+3)}{(-2)(-6+4)} =$$

$$5) \frac{0}{-3+4} =$$

$$10) \frac{(-2)-(-3+4)}{(5)(4-2)} =$$

$$15) \frac{(-8)-(+3-7)}{(-5)(7-2)} =$$